



Zeno Martini (admin)

SISTEMI E PAROLE

5 January 2005

Premessa

Gli azionamenti elettrici sono sistemi elettromeccanici e rientrano nella teoria generale dei sistemi. Quanto segue è un glossario che ha lo scopo di illustrarne terminologia e concetti caratteristici. Accanto a parole di uso comune, di cui è opportuno chiarire il significato assunto nell'ambito specifico, ci sono termini specialistici che richiedono approfondimenti matematici impegnativi e che sono sinteticamente esposti per un'immediata panoramica dei metodi d'analisi sintesi dei sistemi di controllo.

Glossario di base.

SISTEMA: insieme di organi, meccanismi, elementi strutturali interagenti e correlati, destinato ad utilizzazioni tecniche.

STATO: configurazione che il sistema assume nel tempo.

VARIABILI DI STATO: grandezze fisiche che definiscono lo stato del sistema . Sono in generale associate ai componenti del sistema che accumulano (e restituiscono) energia.

Ad esempio:

1. corrente in un induttore (energia magnetica);
2. tensione di un condensatore (energia elettrica);
3. velocità di un corpo (energia cinetica);
4. posizione di un corpo (energia potenziale);

EVOLUZIONE: è la variazione nel tempo delle variabili di stato, dunque una successione di stati.

AZIONAMENTO: sistema con la funzione di movimentare organi meccanici.

INGRESSI: grandezze su cui è possibile intervenire per modificare lo stato del sistema.

USCITE: grandezze i cui valori definiscono lo stato del sistema e che dipendono dagli ingressi.

MODELLO MATEMATICO: insieme di relazioni matematiche che legano le variabili di stato consentendo di stabilire l'evoluzione del sistema.

SISTEMA LINEARE: è un sistema in cui vale il principio di sovrapposizione degli effetti. Un'uscita dovuta all'azione contemporanea di più ingressi è la somma algebrica delle uscite dovute ai singoli ingressi agenti singolarmente. I parametri che caratterizzano il sistema sono costanti e, nelle relazioni, le variabili di stato compaiono con esponente unitario e non sono moltiplicate tra loro.

EVOLUZIONE LIBERA: è l'evoluzione che il sistema subisce quando, in un certo istante, vengono annullati tutti gli ingressi. E' dovuta all'energia immagazzinata nel sistema in quell'istante. Esempio: un motore in rotazione che viene improvvisamente disalimentato.

EVOLUZIONE FORZATA: è l'evoluzione che il sistema subisce sotto l'azione di uno o più ingressi a partire da uno stato iniziale nullo, cioè senza energie accumulate.

REGIME STAZIONARIO: è uno stato del sistema descritto dalla costanza delle sue caratteristiche nel tempo (o molto lentamente variabili). Si può dire vale la proprietà di spostamento nel tempo dell'effetto con la causa. Cioè se una certa causa C nell'istante t produce l'effetto E , la stessa causa in un istante successivo $t+T$ produce lo stesso effetto. Caratteristiche o parametri descrittivi sono ad esempio il l'ampiezza e la frequenza di una tensione.

TRANSITORIO: è il periodo di tempo in i parametri descrittivi del sistema si modificano rapidamente per passare da un regime stazionario ad un altro.

REGIME DINAMICO: è il funzionamento di un sistema in cui i parametri descrittivi cambiano continuamente, in un "transitorio permanente".

CONTROLLO: procedimento realizzato intervenendo sugli ingressi per far assumere alle uscite il valore desiderato entro i limiti d'errore stabiliti.

CONTROLLO AUTOMATICO: controllo che avviene senza l'intervento dell'operatore umano.

REGOLAZIONE: è un controllo condizionato dalla misura dell'uscita. L'ingresso che modifica l'uscita è confrontato con il valore dell'uscita e l'eventuale differenza determina l'azione effettiva di modifica. Si ha un controllo detto ad anello chiuso.

REGOLAZIONE AUTOMATICA: regolazione che avviene senza l'intervento dell'operatore.

COMANDO: controllo che non si basa sulla grandezza di uscita.

ATTUATORE: un qualsiasi dispositivo facente parte del sistema che modifica le uscite in base ad un comando (es: relé, motore, elettrovalvola, valvola pneumatica, cilindro oleodinamico ecc.)

TRASDUTTORE: è il componente che misura l'uscita trasformandola in un segnale elettrico.

SENSORE: è il componente sensibile alla grandezza che descrive l'uscita.

CONVERTITORE STATICO: insieme di componenti elettronici che riceve energia dalla rete di distribuzione e la adatta alle esigenze dell'attuatore sia come tensione che come frequenza.

SCHEMA A BLOCCHI: grafico per rappresentare i diversi componenti di un sistema con un rettangolo (blocco) in cui si evidenzia il legame tra la grandezza di ingresso e quella d'uscita (fig.1 a).

Quando almeno due grandezze devono essere confrontate mediante somma o differenza si usa farle confluire in un blocco sommatore (fig. 1b).

Ogni insieme di blocchi può sempre essere sostituito da un unico blocco con procedimenti algebrici (fig. 1d equivalente a fig. 1c).

ANELLO APERTO: gli ingressi effettuano l'azione del controllo senza tener conto dell'effettiva uscita (fig.1 a).

ANELLO CHIUSO: l'azione di controllo è la combinazione dell'ingresso con la misura dell'uscita effettuata da un trasduttore (fig. 1c).

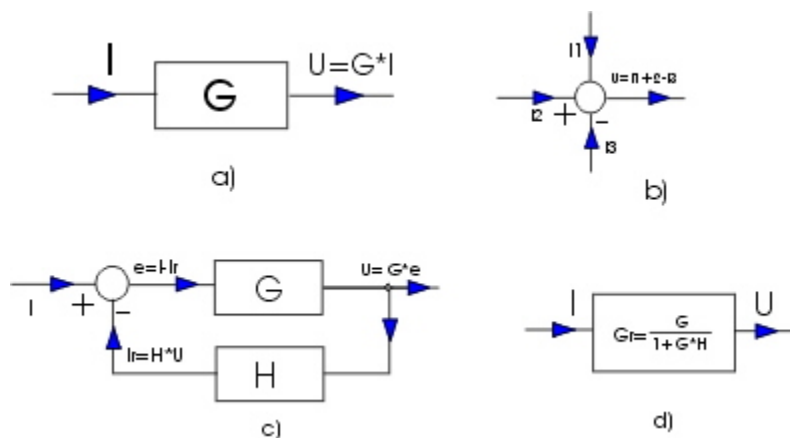


fig. 1

Metodi di analisi e di sintesi

Trasformata di Laplace

E' un metodo matematico che trasforma le relazioni tra gli ingressi e le uscite, che sono equazioni differenziali dipendenti dal tempo, in equazioni algebriche con variabile complessa, di più facile analisi. In particolare se una grandezza y è proporzionale alla velocità con cui un'altra x sta variando, cioè alla sua derivata dx/dt quindi $y(t)=K \cdot dx/dt$, trasformando con Laplace si ha $Y=s \cdot K \cdot X$: in sostanza la derivata diventa una moltiplicazione per s . Y ed X , funzioni della variabile complessa s , sono le trasformate di y ed x . Se nel dominio del tempo desideriamo trovare x in funzione di y eseguiamo l'operazione che si chiama integrazione. Nel dominio di s , cioè trasformando con Laplace, l'integrazione che è l'operazione inversa della derivazione, diventa l'operazione inversa della moltiplicazione, cioè una divisione per s e, molto semplicemente, si può scrivere $X=Y/(K \cdot s)$. Dall'equazione algebrica si può risalire alla effettiva funzione nel tempo che è il vero interesse conoscitivo, ma, molto più spesso, si può tralasciare quest'operazione, detta antitrasformazione, sovente difficoltosa, ed ottenere le informazioni che interessano nel dominio del tempo direttamente dalle grandezze trasformate.

IMPEDENZA OPERATORIALE

Nei circuiti elettrici è il rapporto esistente tra le trasformate di tensione e corrente di un bipolo. Si procede come in corrente alternata. L'induttanza ha impedenza $Z_L=U_L/I_L=s \cdot L$, la capacità $Z_C=U_C/I_C=1/(s \cdot C)$, la resistenza $Z_R=U_R/I_R=R$. Occorre però ricordare che è necessario nella scrittura delle relazioni tener conto delle condizioni iniziali: correnti negli induttori e tensioni. In una serie R,L,C con se U è la tensione applicata con condizioni iniziali nulle si può scrivere $U=I \cdot (R+sL+1/sC)$.

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO (f.d.t.): è un rapporto di polinomi che corrisponde al rapporto tra la trasformata dell'uscita e la trasformata dell'ingresso. Se U è la trasformata dell'uscita ed I quella dell'ingresso si ha $U=G \cdot I$: G è la funzione di trasferimento. E' di solito ricavabile con il metodo dell' impedenza operatoriale. Nei sistemi reali il grado del denominatore è sempre maggiore di quello del numeratore. Negli schemi a blocchi ogni blocco è descritto con la f.d.t.

POLI E ZERI: sono, rispettivamente, le radici dei polinomi in s che costituiscono il denominatore ed il numeratore della funzione di trasferimento.

INGRESSI CANONICI: modi di variazione degli ingressi che servono a studiare il comportamento del sistema. La figura 3 mostra i fondamentali:

1. impulso unitario: l'ingresso assume per un tempo brevissimo un valore diverso da zero inversamente proporzionale alla durata; $y(t)=d(t)$ che, trasformato con Laplace diventa $Y=1/s$;

a. la funzione di trasferimento di un sistema rappresenta la sua risposta all'impulso unitario.

2. gradino unitario: l'ingresso in un certo istante assume un valore finito pari ad 1. Trasformato con Laplace diventa $Y=1/s$;

3. rampa lineare unitaria: l'ingresso cresce secondo una retta con coefficiente angolare pari ad 1. Trasformata con Laplace diventa $Y=1/s^2$.

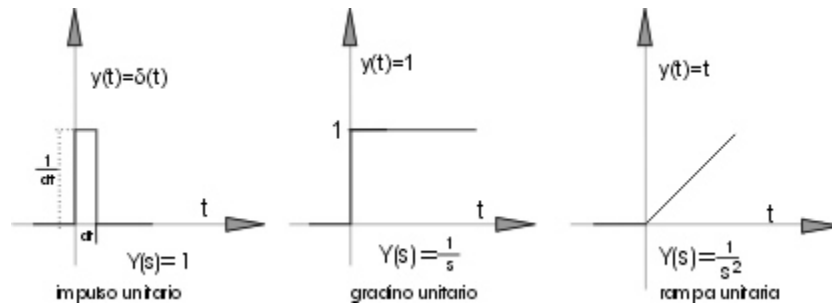


fig. 2

RISPOSTA: è il modo in cui varia nel tempo l'uscita per una variazione dell'ingresso. Si suole suddividerla in due parti:

1. risposta dinamica (valori dell'uscita durante il transitorio)
2. risposta statica (valore dell'uscita a regime)

Il modo di variare dell'uscita durante il transitorio ed il valore di regime da essa assunto dipendono dal modo in cui avviene la distribuzione energetica tra gli accumulatori del sistema.

Per i sistemi lineari e stazionari è la somma dell'evoluzione libera a partire dallo stato iniziale e delle evoluzioni forzate corrispondenti all'azione separata di ciascuno degli ingressi.

COSTANTI DI TEMPO: è il riferimento per stabilire in quanto tempo avviene la completa variazione di energia dell'elemento accumulatore considerato. L'uscita segue l'ingresso sempre con un certo ritardo, l'entità del quale definisce la prontezza del sistema.

STABILITA': Il sistema si dice stabile se, in seguito a variazioni finite degli ingressi, le uscite raggiungono un valore finale finito in un tempo finito.

Un'ulteriore definizione è: un sistema è stabile se la sua evoluzione libera tende a zero, cioè le energie accumulate si annullano in un tempo finito.

La stabilità può essere valutata matematicamente analizzando la f.d.t: affinché un sistema sia stabile occorre che i poli della f.d.t. abbiano parte reale negativa.

Sistemi del primo e del secondo ordine

ORDINE DEL SISTEMA: è il grado del denominatore della f.d.t. I sistemi più comuni sono del primo e del secondo ordine.

La tipica f.d.t. senza zeri di un sistema stabile del primo ordine è:

$$G = K/(1+st) \text{ cs. 1}$$

K è detto guadagno, t è la costante di tempo, valore positivo. L'uscita varia nel tempo secondo la legge

$$u(t) = (K/t)e^{-t/t} \text{ cs. 2}$$

La tipica f.d.t senza zeri di un sistema del secondo ordine può essere scritta nella forma

$$G = K_1/(s^2 + 2xw_n s + w_n^2) \text{ cs. 3}$$

dove x è detto smorzamento ed w_n pulsazione naturale.

Se lo smorzamento è maggiore di 1, si può scrivere

$$G = K/[(1+st_1)(1+st_2)] \text{ cs. 4}$$

I 2 poli della f.d.t. sono numeri reali e negativi (l'inverso, cambiato di segno, delle costanti di tempo) dove $K = K_1 t_1 t_2$ mentre t_1 e t_2 sono gli inversi delle radici dell'equazione di secondo grado in s che si ottiene eguagliando a zero il denominatore della cs.3. Lo smorzamento maggiore di 1 fa sì che entrambe le radici siano numeri reali.

Il sistema è caratterizzato da due costanti di tempo. L'uscita per un ingresso impulso unitario varia nel tempo secondo la legge:

$$u(t) = [K/(t_1 - t_2)] * (e^{-t/t_1} - e^{-t/t_2}) \text{ cs. 6.}$$

Si può osservare che un reale sistema fisico è almeno del secondo ordine. Esso si avvicina tanto più al comportamento di un sistema del primo ordine quanto più diverse come ordine di grandezza sono le costanti di tempo. La fig. 3 mostra i grafici della risposta all'impulso di un sistema del primo ordine e di due del secondo ordine (con $x > 1$): il primo con una costante di tempo che è il 90% dell'altra, il secondo con una costante di tempo che è il 0,05%: quest'ultimo tende ad avere un andamento

simile a quello del primo ordine.

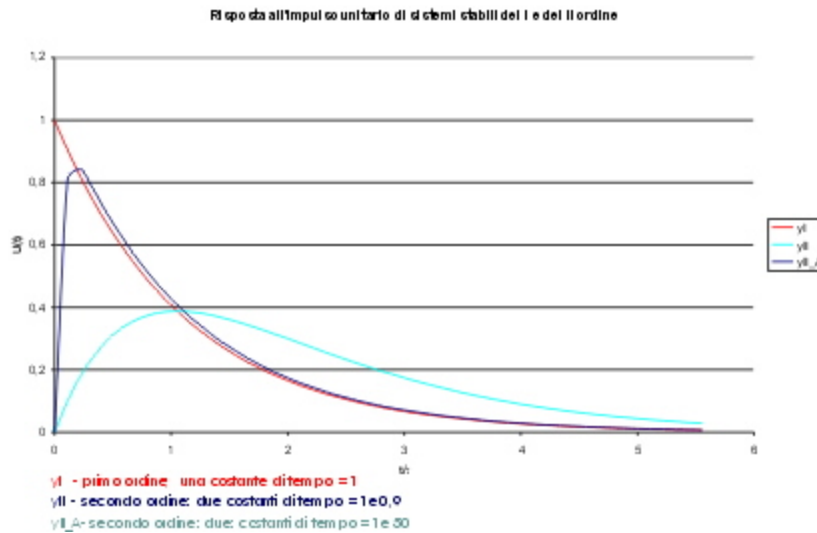


fig. 3

Lo smorzamento minore di 1 e maggiore di zero è molto importante in quanto è tipico della maggior parte dei sistemi retroazionati stabili. Il valore di regime viene raggiunto dopo una serie di oscillazioni smorzate di frequenza tanto più prossima alla pulsazione naturale e di ampiezza tanto maggiore quanto minore è lo smorzamento.

I poli della f.d.t. sono numeri complessi coniugati (stessa parte reale, negativa per la stabilità, parte immaginaria uguale in valore assoluto e di segno opposto: $a+jb$, $a-jb$).

La pulsazione naturale è il modulo del polo $\omega_n = \text{radQ}(a^2 + b^2)$ mentre lo smorzamento è il rapporto tra la parte reale cambiata di segno ed il modulo $\zeta = -a/\omega_n$.

Se lo smorzamento è negativo (parte reale del polo è positiva) si ha instabilità, cioè l'uscita non si stabilizza mai sul il valore di regime ma continua ad oscillare amplificando anzi l'ampiezza delle oscillazioni.

Di particolare interesse è, per questi sistemi, la risposta al gradino unitario. Poiché l'espressione del gradino unitario è $1/s$ la sua risposta è, nel dominio di s , G/s cui corrisponde, nel dominio del tempo l'espressione:

$$u(t) = K/\omega_n^2 - (K/\omega_0\omega_n)e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_0 t + f)$$

dove

$$\omega_0 = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$f = \arccos \zeta$$

cs. 7

La fig.5 mostra i tipici andamenti per diversi smorzamenti con pulsazione naturale costante per la risposta all'impulso ed al gradino unitari. I valori dell'uscita sono espressi in % del valore massimo per la risposta all'impulso, del valore finale di regime per la risposta al gradino (il valore finale della risposta all'impulso è nullo: sistema stabile). Nella risposta al gradino l'uscita raggiunge il suo valore finale (K/w_n^2) dopo una serie di oscillazioni smorzate la cui ampiezza ed il cui numero sono tanto maggiori quanto minore è lo smorzamento. La costante di tempo secondo cui le ampiezze decrescono è $t_x=1/w_n \cdot x$. Uno smorzamento nullo determina un regime oscillatorio di ampiezza costante e di pulsazione uguale a quella naturale. Queste osservazioni qualitative trovano una loro valutazione quantitativa con i parametri della risposta al gradino

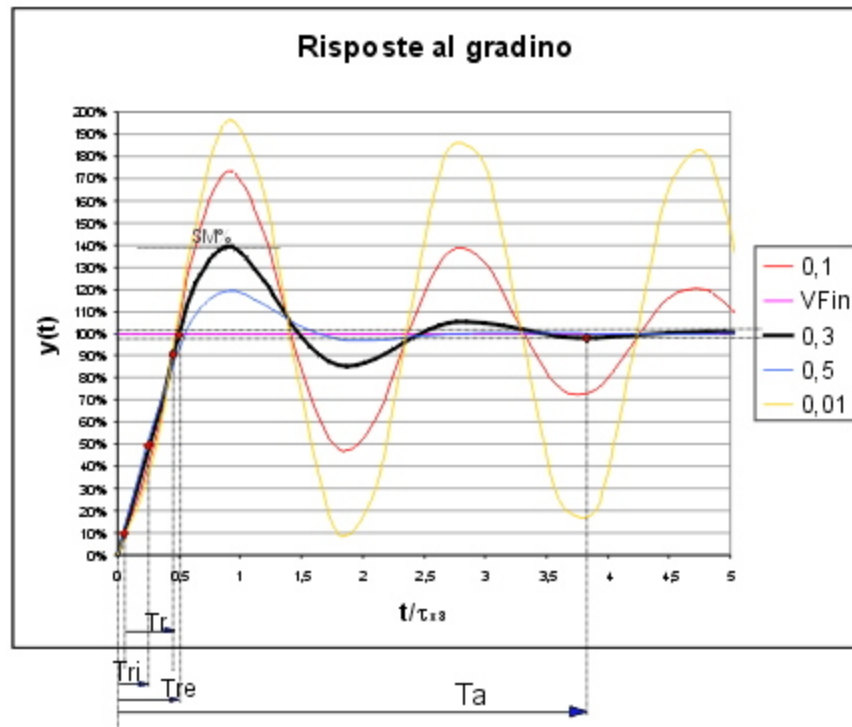
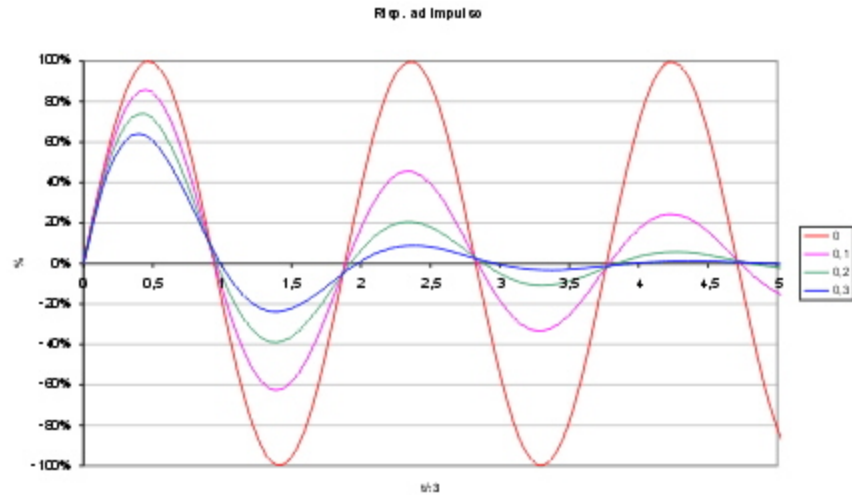


fig. 4

PARAMETRI DELLA RISPOSTA AL GRADINO

I parametri per valutare la risposta al gradino, detti anche indici di qualità, sono:

- 1. T_s :** tempo di salita (rise time): tempo impiegato dall'uscita a passare dal 10% al 90% del suo valore finale; piccolo per w_n elevata e ζ basso. Minore è T_s maggiore è la prontezza del sistema.
- 2. T_{ri} :** tempo di ritardo; tempo necessario all'uscita per raggiungere il 50% del valore finale;

3. T_{re} : tempo di regolazione; tempo impiegato dall'uscita a raggiungere per la prima volta il valore finale; piccolo per w_n elevata e x basso.

4. T_a : tempo di assestamento (settling time); tempo impiegato dall'uscita per arrivare ad uno scostamento definitivo inferiore al 2% dal valore finale; è in pratica la durata del transitorio o il tempo di risposta; si ha $T_a = 3/(xw_n)$

5. $SM\%$: sovraelongazione massima percentuale; è il massimo valore assunto dall'uscita riferito al valore finale.

NB: per la figura i parametri sono valutati in base alla curva di smorzamento $=0,3$ rispetto alla cui costante di smorzamento è tarato l'asse dei tempi.

POLO NULLO

Il denominatore della G ha una radice uguale a zero. Si può porre $G = (1/s)(sG)$, cioè la f.d.t. si può dividere in due blocchi: $1/s$ ed sG . Il primo è un blocco integratore il secondo un blocco senza polo nullo, come quelli già esaminati. Se l'ingresso è un impulso la risposta è l'uscita al gradino del secondo blocco.

ZERO NULLO

Il numeratore ha una radice uguale a zero. Si può porre $G = sG/s$. La f.d.t. si può dividere in due blocchi: s e G/s . Il primo è un blocco derivatore puro, il secondo un blocco senza zero nullo come quelli esaminati in precedenza. Se l'ingresso è una rampa, l'uscita è la risposta al gradino del secondo blocco.

ZERO NON NULLO

Il numeratore è del tipo $s+z$. Si può allora porre $G = sG/(s+z) + zG/(s+z)$. $G/(s+z)$ è del tipo già esaminato senza zeri. L'uscita è la somma di una risposta di una f.d.t. con zero nullo e di una delle fdt esaminate senza zeri. Essa è in anticipo rispetto a quella dello stesso sistema senza lo zero. Il sistema è più rapido nella risposta, al prezzo però di un aumento dell'ampiezza delle oscillazioni attorno al valore di regime.

Nella fig.6 è illustrata la scomposizione in blocchi in presenza di poli nulli e zeri. Si è ipotizzato che G_s , G/s , $G/(s+z)$ sia sempre del tipo cs.3

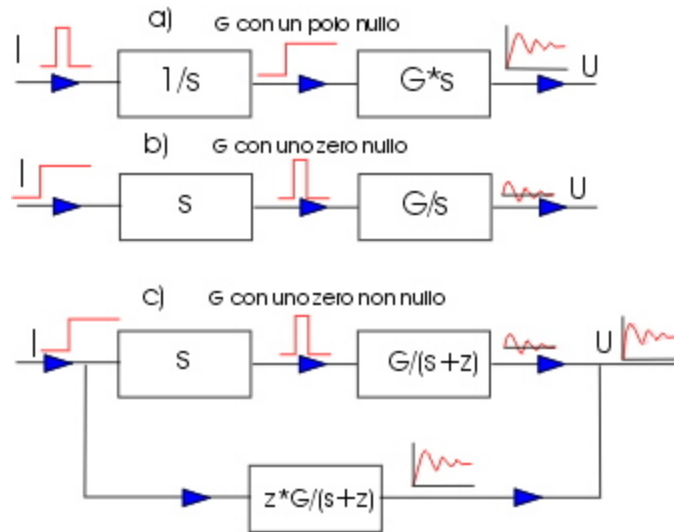


fig. 5

SISTEMI REAZIONATI

Sono sistemi con anello chiuso, nei quali l'ingresso è confrontato con l'uscita per determinare l'azione da eseguire. Si è visto (fig. 1 c, d) che la funzione di trasferimento è $G_r = G/(1+GH)$, dove G è la f.d.t. del sistema senza reazione.

Per valutare l'effetto della reazione su sistemi del primo e del secondo ordine si può, per semplicità, porre $H=1$ per cui $G_r = 1/(1/G+1)$

Se il sistema senza reazione è del primo ordine con guadagno elevato ($K \gg 1$) si ha in pratica

$$G_r = 1/[1+s(t/K)]$$

Il sistema è ancora del primo ordine: il guadagno si è ridotto all'unità e la costante di tempo è K volte inferiore ed il sistema risponde con maggiore prontezza.

Se il sistema non reazionato è del secondo ordine si può far vedere che si ha un aumento della pulsazione naturale tanto maggiore quanto maggiore è il guadagno K che però comporta una diminuzione dello smorzamento, mentre il tempo di assestamento rimane costante.

In definitiva la reazione diminuisce il guadagno ma aumenta la prontezza della risposta.

Poiché è spesso difficoltosa l'analisi della G_r effettiva sono stati sviluppati basati sul prodotto GH che è la funzione di trasferimento con l'anello aperto.

SERIE DI FOURIER: è la scomposizione del generico segnale periodico applicato in somma di sinusoidi di frequenza multipla di una fondamentale che è la frequenza del segnale. Il sistema risponde in modo diverso al variare della frequenza. Se il segnale di ingresso è sinusoidale lo è anche l'uscita ma l'ampiezza e la fase di questa

rispetto all'ingresso variano con la frequenza. Lo studio in frequenza si fa sostituendo la variabile nella funzione di trasferimento s con $j\omega$ per cui si opera con il metodo simbolico dei numeri complessi.

BANDA PASSANTE: è l'intervallo di frequenze del segnale di ingresso che può essere seguito dall'uscita.