



Zeno Martini (admin)

FORMULE PER IL MOTORE

1 January 2004

Parametri e formule del motore asincrono trifase

DATI DI TARGA

U_n : tensione nominale (V)

P_n : potenza nominale meccanica (W)

I_n : corrente assorbita alla potenza nominale (A)

n : velocità nominale dell'albero in rpm (giri/min)

f : frequenza di alimentazione (Hz)

DATI DELLE PROVE A VUOTO ED A ROTORE BLOCCATO

I_0 : corrente assorbita a vuoto alla tensione nominale (A)

P_0 : potenza assorbita nella prova a vuoto (W)

U_{cc} : tensione nella prova a rotore bloccato (corrente nominale assorbita) (V)

P_{cc} : potenza attiva assorbita a rotore bloccato (W)

CARATTERISTICHE D'AVVOLGIMENTO

p : numero di coppie polari

N_{cS} : numero totale di cave di statore

N_{cR} : numero totale di cave di rotore

N_S : numero totale dei conduttori di statore

N_R : > numero totale dei conduttori di rotore.

$q_1 = N_{cS}/6p$: numero di cave per polo e per fase di statore

$q_2 = N_{cR}/6p$: numero di cave per polo e per fase di rotore

$n_1 = N_S/N_{cS}$: numero dei conduttori per cava di statore

$n_2 = N_R/N_{cR}$: numero dei conduttori per cava di rotore

K_1 : coefficiente d'avvolgimento di statore

K_2 : coefficiente d'avvolgimento di rotore.

$K_t = K_1 \cdot N_s / K_2 \cdot N_r$ rapporto di trasformazione

K_f : fattore di forma della tensione indotta

Velocità

n_0 : velocità di sincronismo in rpm (giri/min);

$$n_0 = \frac{60 \cdot f}{p}$$

As.1

velocità angolare di sincronismo (rad/s)

$$\omega_0 = \frac{2\pi \cdot n_0}{60}$$

As.2

- **s**: scorrimento
- **n**: velocità effettiva di rotore (rpm)

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}$$

As.3

- **w** : velocità angolare del rotore

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}$$

As.4

- M_0 : valore massimo della componente fondamentale della f.m.m. di statore

$$M_0 \cong 1,35 \cdot n_1 \cdot q_1 \cdot K_1 \cdot I_0$$

As.5

- **R_{il0}**: riluttanza magnetica relativa ad un polo, si ha per un polo il flusso F_0

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{M}_0}{R_{il0}}$$

As.6

NB: il flusso per polo è anche dato dall'induzione media nel tra ferro moltiplicata per l'area della superficie polare. Nell'ipotesi di andamento sinusoidale della f.m.m., di una riluttanza trascurabile dei percorsi in ferro quindi concentrata nel tra ferro, considerata una ascissa x con l'origine in un punto in cui è nulla la f.m.m. si ha per l'andamento di questa lungo il traferro in un determinato istante: $m(x) = M_0 \cdot \sin(x \cdot p / r)$ dove p è il numero di coppie polari ed r il raggio di traferro ($p/r = p/t$: dove t è la lunghezza lungo la circonferenza di traferro del semipasso polare). Se indichiamo con d lo spessore del traferro si avrà per l'induzione $b(x) = m_0 \cdot (M_0/d) \cdot \sin(x \cdot p/r)$, quindi il valore medio dell'induzione è $B_m = 2m_0 M_0 / pd$. Quindi se l è la lunghezza assiale del traferro si ha $F_0 = B_m l p r / p = l p r 2m_0 M_0 / p p d = l r 2m_0 M_0 / p d$ da cui $R_{il,0} = pd / 2l r m_0 = pd / 2l t m_0 = pd / 2A_p m_0$ con $A_p = l t$ Area della superficie polare e $pd/2$ spessore equivalente di traferro. La riluttanza di traferro di un polo è in realtà $R_{il,traf} = d / A_p m_0$ e se la fmm fosse costante e pari ad M_0 il flusso polare sarebbe $F'_0 = M_0 / R_{il,traf}$. Ma la fmm è sinusoidale, quindi occorre considerarne il valore medio moltiplicando il valore trovato per $2/p$, che equivale a moltiplicare lo spessore di tra ferro per $p/2$. Si ha pertanto $R_{il0} = (p/2) \cdot R_{il,traf}$. Il flusso polare varia nel tempo con legge sinusoidale se la fmm è perfettamente sinusoidale dando luogo per la legge di faraday alle fem E_1 ed E_2 negli avvolgimenti di statore e di rotore. **E_1 , E_2** : valore efficace delle tensioni di statore e di rotore prodotte dal flusso alla frequenza di alimentazione

$$E_1 = 2 \cdot K_f \cdot K_1 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_0$$

$$E_2 = 2 \cdot K_f \cdot K_2 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_0$$

As.7

La giustificazione in base alla legge di Faraday è la seguente: ogni avvolgimento è costituito da $N/2$ spire se è il numero totale di conduttori assiali. Il flusso in ogni spira varia con legge sinusoidale di pulsazione $\omega = 2\pi f$ ed il suo valore massimo è il flusso polare F_0 . In ogni spira è indotta una f.e.m. il cui valore massimo è $\omega F_0 = 2\pi f F_0$. Se K = somma geometrica/somma aritmetica delle tensioni indotte è il fattore di avvolgimento il valore massimo della f.e.m. indotta è $E_{max} = (N/2) \cdot K \cdot 2\pi f F_0$ ed il valore efficace $E = N \cdot K \cdot \pi f F_0 / 1,41$ ma $\pi / 1,41 = 2K_f$, con K_f fattore di forma (rapporto tra valore efficace e valore medio) di un'onda sinusoidale, quindi $E = 2K_f K N f F_0$

Parametri del circuito equivalente di una fase (riferito allo statore)

(Avvolgimenti di statore e di rotore collegati a stella).

- **R_1** : resistenza di una fase di statore (deve essere misurata)

- **R₂**: resistenza di una fase di rotore
- **X₁**: reattanza di dispersione di una fase di statore
- **X₂**: reattanza di dispersione di una fase di rotore

NB: Valori ricavabili dalle misure a rotore bloccato e dai dati di targa (vedi determinazione dei parametri del circuito equivalente semplificato)

- **R_{cc}**=R₁+K_t²R₂
- **X_{cc}**=X₁+K_t²X₂

Valori ricavabili dalle misure a vuoto e dai dati di targa.

(vedi determinazione dei parametri del circuito equivalente semplificato)

- **R₀**: resistenza di una fase di statore corrispondente alle perdite nel ferro alla tensione nominale ed alle perdite per attriti meccanici e ventilazione alla velocità di sincronismo
- **X₀**: reattanza di magnetizzazione di una fase di statore

Se gli avvolgimenti sono a triangolo si effettua la trasformazione triangolo stella.

- **R₁**=R_{1D}/3; X₁=X_{1D}/3
- **R₂**=R_{2D}/3; X₂=X_{2D}/3
- **N**=N_D/radQ(3) As. 8

Per rotore a gabbia di scoiattolo:

- **m**: sbarre per ogni coppia polare
- **R_s, X_s**: resistenza e reattanza della sbarra
- **R_a, X_a**: resistenza e reattanza del tratto di anello di cortocircuito compreso tra 2 sbarre.

$$R_2 = \frac{m \cdot p}{3} \cdot \left[R_s + \frac{R_a}{2 \cdot \left(\sin \frac{\pi}{m} \right)^2} \right]; \quad X_2 = \frac{m \cdot p}{3} \cdot \left[X_s + \frac{X_a}{2 \cdot \left(\sin \frac{\pi}{m} \right)^2} \right]$$

As. 9

Determinazione Dei PARAMETRI DEL [CIRCUITO EQUIVALENTE SEMPLIFICATO](#).

$$R_0 = \frac{U_*^2}{P_0} \quad X_0 = \frac{U_*^2}{Q_0}$$

As. 10

con

$$Q_0 = \sqrt{3 \cdot U_n^2 \cdot I_0^2 - P_0^2}$$

As. 11

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{3 \cdot I_n^2} \quad X_{cc} = \frac{Q_{cc}}{3 \cdot I_n^2}$$

As. 12

con

$$Q_{cc} = \sqrt{3 \cdot U_{cc}^2 \cdot I_n^2 - P_{cc}^2}$$

As.13

$$R_{12} = R_2 \cdot K_t^2 = R_{cc} - R_1$$

As.14

Potenze e correnti

NB: si fa riferimento al [circuito equivalente semplificato](#) con *grandezze riferite allo statore*

Tensione di alimentazione assunta a fase zero

$$\dot{E} = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 0$$

Corrente di reazione I_{12}

$$I_{12} = \frac{\frac{U}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_{12}}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}} \quad \phi_{12} = \arccos \frac{R_1 + \frac{R_{12}}{s}}{X_{cc}}$$

As. 15

Corrente a vuoto I_0

$$I_0 = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jX_0} \right) \quad \phi_0 = \arctan \frac{R_0}{X_0}$$

As. 16

Corrente assorbita

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_{12} + \dot{I}_0 = I_{12} \angle -\phi_{12} + I_0 \angle -\phi_0 = \\ &= I_0 \cdot \cos \phi_0 + I_{12} \cdot \cos \phi_{12} - j \cdot (I_0 \cdot \sin \phi_0 + I_{12} \cdot \sin \phi_{12}) = \\ &= I \angle -\phi = I \cdot \cos \phi - j \cdot I \cdot \sin \phi \end{aligned}$$

As. 17

Potenza elettrica assorbita

- **U**: tensione concatenata di alimentazione,
- **I**: corrente di linea assorbita,
- **cosf**: fattore di potenza

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{U^2}{R_0} + 3 \cdot \left(R_1 + \frac{R_{12}}{s} \right) \cdot I_{12}^2$$

As. 18

$$\cos \phi = \frac{I_0}{I} \cdot \cos \phi_0 + \frac{I_{12}}{I} \cdot \cos \phi_{12}$$

As. 19

Perdite di potenza

Potenza persa nel ferro: P_{fe}

Potenza persa nel rame di statore:

$$P_{jStat}=3 \cdot R_1 \cdot I^2$$

As. 20

Potenza persa nel rame di rotore:

$$P_{jRot}=3 \cdot R_2 \cdot I_2^2$$

As. 21

Potenza totale persa per effetto joule:

$$P_j = P_{jStat} + P_{jRot}$$

As. 22

$$P_j = 3 \cdot R_1 \cdot I^2 + 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \approx 3 \cdot R_{cc} \cdot I_{12}^2$$

As. 23

Potenza persa per attriti e ventilazione: P_{AV}

Potenza a vuoto:

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0} = P_{Fe} + P_{AV} + P_{js0}$$

As. 24

($P_{js0} = 3 \cdot R_1 \cdot I_0^2$ sono le perdite nello statore dovute alla corrente assorbita a vuoto)

Potenza elettrica assorbita:

$$P_{el} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\phi$$

As.25

Potenza trasmessa al rotore :

$$P_T = P_e - P_{fe} - P_{jStat}$$

As.26

Potenza meccanica disponibile all'albero:

$$P_{mecc} = P_T - P_{jRot}$$

As.27

$$P_{mecc} = 3 \cdot R_{12} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot I_{12}^2$$

As.28

$$P_{jRot} = s \cdot P_T = \frac{s}{(1-s)} \cdot P_{mecc}$$

Potenza resa:

$$P_{resa} = P_{mecc} - P_{AV}$$

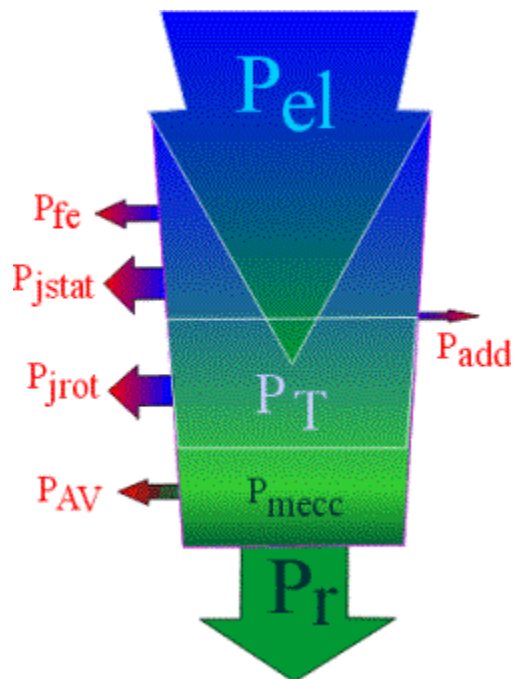
As.29

Rendimento

$$\eta = \frac{P_{resa}}{P} = \frac{P_{resa}}{P_{mecc} + P_j + P_{Fe}}$$

As.30

Bilancio energetico



La figura sopra illustra graficamente il flusso di potenza attraverso il motore asincrono. La potenza elettrica assorbita. Dalla linea diminuita delle perdite nel ferro per isteresi e correnti parassite e delle perdite per effetto joule nel rame di statore, viene trasmessa al rotore dove, diminuita delle perdite nel rame, si trasforma in potenza meccanica. Questa diminuita delle perdite meccaniche dovute ad attrito e ventilazione, è la potenza resa. Per una maggiore precisione di questa contabilità occorre tener presente le perdite addizionali la cui percentuale è stabilita convenzionalmente dalle norme.

Coppie

Coppia meccanica totale (elettromagnetica):

$$C_{em} = \frac{P_{mecc}}{\omega} = \frac{P_T}{\omega_0}$$

As.32

Coppia resa

$$C = C_{em} - C_a$$

As.33

$$C = \frac{P_{resa}}{\omega}$$

Indicando con C_a la coppia per attriti(di ventilazione e sui cuscinetti).

$$C_a = \frac{P_{AV}}{\omega}$$

As.34

Ponendo

$$Z = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}$$

As.35

si ha per la **coppia elettromagnetica**

$$C_{em} = \frac{U^2}{\omega_0 \cdot Z \cdot \left(\frac{Z \cdot s}{R_{12}} + \frac{R_{12}}{s \cdot Z} + 2 \cdot \frac{R_1}{Z} \right)}$$

As.36

all'avviamento si ha $s=1$ e la **coppia di avviamento** può essere calcolata con

$$C_{avv} \cong \frac{U^2}{\omega_0 \cdot Z^2} \cdot R_{12}$$

As.37

(NB: se, come di solito accade, i termini R_{12}/Z ed R_1/Z sono trascurabili rispetto a Z/R_{12} . Altrimenti si usa la As.36 ponendo in essa $s=1$) il valore della **coppia massima** si ha per

$$s = \frac{R_{12}}{Z}$$

As.38

e vale

$$C_{max} = \frac{U^2}{2 \cdot \omega_0 \cdot Z \cdot \left(1 + \frac{R_1}{Z}\right)}$$

As.39

- **K_{MA}**: Rapporto Coppia massima/Coppia di avviamento

$$K_{MA} = \frac{Z^2}{2 \cdot R_{12} \cdot (Z + R_1)}$$

As.40