



Giovanni Schgör (g.schgor)

# Controllo e regolazione

13 February 2006

Articolo n° 10 su 13 del corso "[Elaborazione numerica dei segnali](#)". Vai all'[indice](#) del corso.

Paragrafi dell'articolo:

1. [Controllo in anello chiuso](#)
2. [Regolatori digitali](#)

Controllo in anello chiuso (21)

Il concetto di **funzione di trasferimento** introdotto nel capitolo 6 consente di prevedere il comportamento di un blocco, prevedere cioè quale sarà l'andamento nel tempo del segnale d'uscita  $y$ , quando venga applicato al suo ingresso un segnale  $x$  di cui sia noto l'andamento nel tempo.

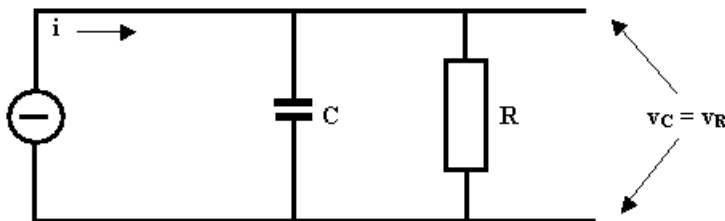
In pratica si è visto che ciò è possibile ricavando prima da  $x$  lo spettro  $X(f)$  moltiplicandolo poi per la funzione  $H(f)$  del blocco ed antitrasformandone infine il risultato.

Il problema del **controllo**, cioè l'imposizione di un certo andamento del segnale d'uscita da un blocco, è quindi concettualmente riconducibile all'inverso di questo schema di calcolo: prefissando  $y$  si deve stabilire quale deve essere  $x$ .

Tale metodo è noto come **controllo ad anello aperto (open loop control)** ed ha forti limitazioni pratiche in quanto non dà alcuna garanzia circa l'effettiva precisione ottenibile.

Come esempio molto semplice si pensi alla temperatura di un forno che può essere controllato agendo sulla portata di combustibile o sulla potenza fornita (nel caso di forno elettrico): anche determinandone accuratamente il modello di comportamento, cioè tipo e parametri della funzione di trasferimento, è abbastanza intuitivo che il controllo della sua temperatura non possa essere che grossolano, poichè il sistema è soggetto a molte cause di variabilità di cui è praticamente impossibile tener conto.

Essenzialmente il modello di comportamento di un forno potrebbe essere pensato come costituito da una **capacità termica** (l'attitudine ad accumulare il calore fornito al forno stesso, innalzandone la temperatura) e da una **resistenza termica** (parametro relativo alla dissipazione del calore nell'ambiente, che quindi tende a ridurre la temperatura raggiunta).



**Fig. 21.1**

Una configurazione elettrica equivalente (cioè un **modello elettrico** del forno) è rappresentata nella Fig. 21.1, in cui **i** rappresenta la potenza **P** fornita (in Watt), **C** la capacità termica (in  $W \times s / ^\circ C$ ) ed **R** la resistenza termica (in  $^\circ C / W$ ). Il prodotto **T = R · C** (in sec) è la costante di tempo del forno che caratterizza la funzione di trasferimento (in termini **s** di Laplace)

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{P(s)} = \frac{R}{1 + T \cdot s}$$

dove **q(s)** è la temperatura del forno (in  $^\circ C$ ), cioè la variabile di uscita del blocco, corrispondente alla tensione **v** del modello elettrico.

Vale pertanto quanto visto al capitolo 7, con l'unica osservazione che il circuito di Fig. 21.1 è 'duale' di quello della Fig. 7.1: ciò è dovuto alla scelta della corrente **i** come segnale d'ingresso anzichè **v**.

In questo caso il segnale d'uscita  $v_c = \int i_c \cdot dt$  corrisponde anche a  $v_R = i_R \cdot R$ , con  $i_C + i_R = i$ .

Supponendo che da uno stato iniziale di **i = 0** e **v<sub>C</sub> = v<sub>R</sub> = 0**, venga fornita una **i ≠ 0** di valore costante (gradino), è molto intuitivo l'andamento della tensione d'uscita: al primo istante sarà **i<sub>C</sub> = i**, cioè tutta la corrente disponibile tenderà a caricare il condensatore, ma appena questo si carica la sua tensione **v<sub>C</sub>** tenderà a scaricarsi sulla resistenza con una corrente **i<sub>R</sub> = v<sub>C</sub> / R**.

Quindi  $i_R$  continuerà ad aumentare finché tutta la corrente disponibile alimenterà la resistenza ( $i_R = i$  e di conseguenza  $i_C = 0$ ), raggiungendo l'equilibrio  $v_C = i \cdot R$ .

Analogamente a quanto visto a pag. 7-3, l'andamento dell'uscita è di tipo esponenziale

$$v_C = i \cdot R \cdot (1 - e^{-t / R \cdot C})$$

con un valore di pendenza iniziale uguale a  $i / C$ . Tale pendenza si riduce progressivamente pure in modo esponenziale [1] tendendo ad azzerarsi quando  $t$  tende all'infinito, cioè si ha un andamento orizzontale al valore di equilibrio  $i \cdot R$ .

Si osservi che se  $R$  tende all'infinito l'andamento diventa lineare, riducendosi alla sola azione integrale di  $C$  sulla costante  $i$  e, almeno in teoria,  $v_C$  tende a crescere illimitatamente.

L'equivalenza con il comportamento del forno deriva dalla constatazione che applicando una potenza riscaldante  $P$  costante, l'andamento della sua temperatura  $q$  segue una curva esponenziale dello stesso tipo

$$q = P \cdot R \cdot (1 - e^{-t / R \cdot C})$$

dove naturalmente  $R$  e  $C$  rappresentano rispettivamente la resistenza e la capacità termiche.

L'osservazione fatta sulla pendenza iniziale e sul valore finale (asintotico) consente di ricavare sperimentalmente i due parametri:

$C = P / (Dq_0/Dt_0)$  (cioè la potenza divisa per la pendenza iniziale)

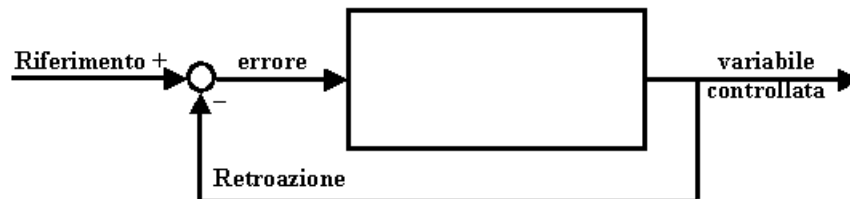
$R = q_{\max} / P$  (cioè la massima temperatura raggiunta a regime divisa per la potenza fornita)

Con un tale modello sarebbe certamente possibile prevedere e quindi controllare il valore di temperatura ad ogni istante conoscendo l'andamento di  $P$  anche variabile nel tempo ma, come già detto, la precisione pratica ottenibile sarebbe piuttosto scarsa.

Per il controllo di una grandezza fisica, quale appunto la temperatura, si preferisce ricorrere alla determinazione dell' **errore**, cioè della

differenza fra il valore voluto (**referimento**) e valore effettivo (**retroazione**).

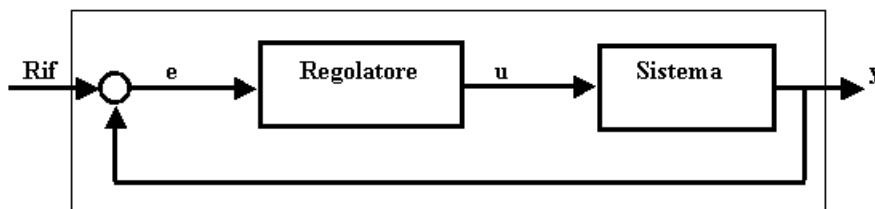
Il termine 'Retroazione' esprime il concetto dell'influenza del valore d'uscita sulla formazione del segnale di controllo ed in effetti la configurazione del blocco si modifica come in Fig. 21.2.



**Fig. 21.2 - Principio del controllo con retroazione.**

Da tale caratteristica questa configurazione prende il nome di **controllo ad anello chiuso (closed loop control)** e costituisce la base della **regolazione automatica**.

L' utilizzazione dell' errore come segnale di controllo consente infatti di ottenere risultati praticamente indipendenti da qualsiasi causa, quale l'influenza di segnali di disturbo o non-linearità del sistema, che tenda a modificare la variabile controllata rispetto al segnale di riferimento.



**Fig. 21.3 - Anello di regolazione automatica.**

Esaminando più in dettaglio le relazioni che legano le grandezze nell'anello si evidenzia però la necessità di introdurre nell'anello stesso un blocco che trasformi opportunamente l'errore.

La Fig. 21.3 mostra un tipico anello di controllo della grandezza  $y$ , in cui si evidenzia il blocco **regolatore** che ha come ingresso l'errore  $e$  e come uscita il segnale  $u$ .

Chiamando rispettivamente  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{G}$  le funzioni di trasferimento del blocco regolatore e del blocco sistema, si può scrivere simbolicamente

$$\mathbf{u} = \mathbf{e} \cdot \mathbf{R} \quad \text{e} \quad \mathbf{y} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{G} \quad \text{quindi} \quad \mathbf{y} = \mathbf{e} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{G}$$

$$\text{ma poichè} \quad \mathbf{e} = \mathbf{Rif} - \mathbf{y} \quad \text{è} \quad \mathbf{y} / \mathbf{Rif} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{G} / (\mathbf{R} \cdot \mathbf{G} + 1)$$

Questo rapporto può essere interpretato come la funzione di trasferimento globale dell'anello chiuso (blocco a tratteggio della Fig.21.3) e si vede che può considerarsi uguale all'unità se il prodotto  $\mathbf{R} \cdot \mathbf{G}$  è molto grande rispetto a 1. Ciò significa che in tale condizione  $\mathbf{y} = \mathbf{Rif}$ , cioè la grandezza d'uscita è uguale al segnale di riferimento.

Altra importante considerazione è che fissata una data funzione di trasferimento globale  $\mathbf{Gdes}$ , può essere ricavata quella del regolatore corrispondente:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Gdes} / [\mathbf{G} \cdot (1 - \mathbf{Gdes})]$$

In altre parole il comportamento desiderato dell'anello globale può essere stabilito preventivamente. Questo in linea teorica perchè, come si vedrà più avanti, le limitazioni fisiche del blocco regolatore non sempre ne permettono la realizzazione pratica.

Considerando la regolazione di tipo analogico, cioè continua nel tempo quindi non campionata, le funzioni di trasferimento devono essere espresse in termini di Laplace e supponendo che il sistema regolato sia costituito da una semplice costante di tempo (come ad esempio il forno precedentemente illustrato), si ha:

$$\mathbf{G}(s) = 1 / (1 + T \cdot s)$$

che si desidera trasformare in

$$\mathbf{Gdes}(s) = 1 / (1 + Tdes \cdot s)$$

Applicando la relazione per il calcolo di  $\mathbf{R}$  vista poc'anzi, risulta che il regolatore deve avere una

$$\mathbf{R}(s) = (1 + T \cdot s) / (Tdes \cdot s)$$

Passando ai termini di Fourier, cioè ponendo al posto di  $s$  la pulsazione  $j\omega$ , e rappresentando poi le varie funzioni di trasferimento

nel diagramma di Bode si può interpretare graficamente il risultato ora visto.

Nella Fig. 21.4 sono rappresentati (in forma stilizzata e ridotti a semirette, date le scale logaritmiche) gli andamenti dell'ampiezza in funzione di  $\omega$ , di ogni funzione considerata

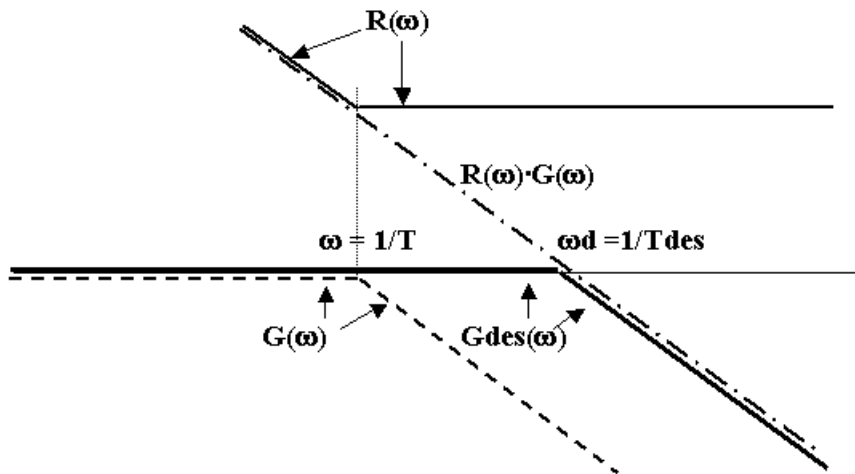


Fig. 21.4

- **Rappresentazione in diagramma di Bode delle funzioni di trasferimento del sistema originario ( $G$ ), del regolatore ( $R$ ), del loro prodotto ( $G \cdot R$ ) ed infine del blocco risultante dalla chiusura dell'anello ( $G_{des}$ )**

Ciò è quanto dovrebbe fare ogni buon progettista di regolatori per ricavare i parametri di  $R(\omega)$  una volta noto  $G(\omega)$  ed avendo fissato  $T_{des}$  (cioè  $G_{des}$ ).

Si noti che affinché  $G_{des}$  sia una costante di tempo con frequenza di taglio desiderata corrispondente ad  $1/T_{des}$ , il prodotto  $G(\omega) \cdot R(\omega)$  dei due blocchi ad anello aperto deve essere una retta (rappresentata in figura a punto e linea) con pendenza 20 dB/decade e passante per  $\omega_d = 1/T_{des}$ .

Il regolatore risultante deve seguire questa retta per valori di  $\omega < 1/T$  (comportamento integratore) e rimanere costante per valori di  $\omega > 1/T$  (comportamento proporzionale), quindi il regolatore dovrà essere di tipo **PI** (sigla che indica appunto le azioni proporzionale ed integrale).

Una possibile realizzazione pratica di tale regolatore è rappresentata nella Fig. 21.5, in cui è mostrato l'impiego di un amplificatore operazionale che svolge sia la funzione di calcolo dell'errore ( $e = R_{if} - y$ ) mediante le resistenze d'ingresso  $R_i$ , sia la funzione PI mediante

il circuito di reazione  $\mathbf{Rr \cdot Cr}$ . Poichè l'uscita  $\mathbf{u}$  dell' amplificatore operazionale è invertita rispetto al suo ingresso, in realtà viene applicato a questo il valore  $-\mathbf{e}$  ( $-\mathbf{Rif}$  e  $+\mathbf{y}$  attraverso le resistenze  $\mathbf{Ri}$ ).

Si ricorda inoltre che poichè il guadagno dell'amplificatore operazionale è da ritenersi infinito, e quindi la sua corrente d'ingresso è praticamente zero, per il nodo d'ingresso vale la relazione

$$-\mathbf{Rif} / \mathbf{Ri} + \mathbf{y} / \mathbf{Ri} + \mathbf{ir} = 0 \quad \text{cioè} \quad \mathbf{e} / \mathbf{Ri} = \mathbf{ir}$$

dove  $\mathbf{ir}$  è la corrente nel circuito di reazione, in cui

$\mathbf{u} = \mathbf{ir} \cdot \mathbf{Rr} + \mathbf{ir} / (\mathbf{Cr} \cdot \mathbf{s})$  (si noti l'uso dell'operatore  $\mathbf{s}$  di Laplace per esprimere l'integrazione di  $\mathbf{ir}$ )

In definitiva, sostituendo  $\mathbf{ir}$ , la funzione di trasferimento del regolatore è data da:

$$\mathbf{u} / \mathbf{e} = \mathbf{Rr} / \mathbf{Ri} + \mathbf{1} / (\mathbf{Ri} \cdot \mathbf{Cr} \cdot \mathbf{s}) = (\mathbf{1} + \mathbf{Rr} \cdot \mathbf{Cr} \cdot \mathbf{s}) / (\mathbf{Ri} \cdot \mathbf{Cr} \cdot \mathbf{s})$$

Come si vede è la stessa  $\mathbf{R(s)}$  di prima con  $\mathbf{T} = \mathbf{Rr} \cdot \mathbf{Cr}$  e  $\mathbf{Tdes} = \mathbf{Ri} \cdot \mathbf{Cr}$ .

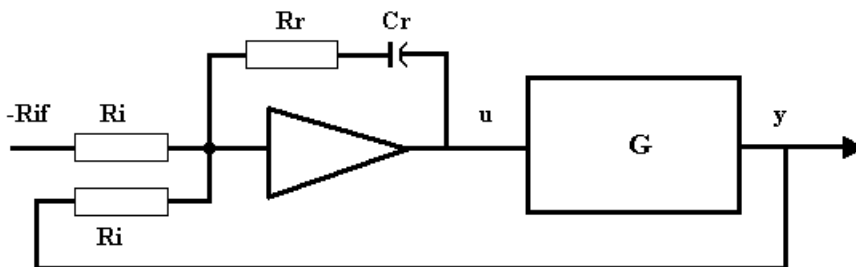


Fig. 21.5

- Esempio di regolatore analogico tipo PI con parametri compensatori di G.

Seguendo questo metodo sembrerebbe quindi risolto il problema di **ottimizzazione** della regolazione, nel senso che, data qualsiasi struttura di  $\mathbf{G}$ , questa potrebbe essere 'compensata' da un adatto regolatore  $\mathbf{R}$  che permetta di ottenere dall'anello chiuso una funzione di trasferimento (e perciò un comportamento) prefissata a piacere.

Purtroppo diverse considerazioni mostrano limiti alla pratica applicabilità della teoria, il che spesso demotiva i progettisti al suo utilizzo, finendo col favorire l'adozione di regolatori standard che presentano larghi margini di tarabilità, ed affidando poi la loro

taratura, cioè la scelta dei parametri compensatori, a procedimenti per tentativi, che certamente non portano ai massimi risultati.

Fra le principali cause di inapplicabilità della teoria vi è soprattutto la  **saturazione del regolatore** , cioè il raggiungimento dei margini di funzionamento reale del dispositivo.

Osservando la Fig. 21.5, si può comprendere che il segnale d'uscita  **u**  del regolatore non può andare oltre certi limiti fisici (ad esempio  $\pm 10$  Volt) e che quindi al raggiungimento di questi cessa l'azione di correzione ottenuta con la chiusura dell'anello.

Del resto anche nessun sistema controllato è completamente lineare oltre certi limiti ed in tal caso cadono i presupposti su cui si basa la teoria del controllo.

Una efficace rimedio a questa situazione è il ricorso alla simulazione mediante calcolatore su modelli sia del sistema che del regolatore.

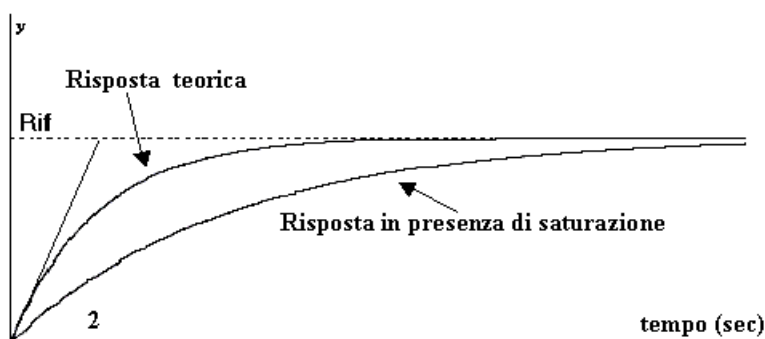
Con la simulazione è infatti possibile tener conto degli effetti della saturazione, il che permette di trovare comunque valori dei parametri che rendano massime le prestazioni ottenibili.

La Fig. 21.6 esemplifica tale simulazione applicata ai blocchi delle figure precedenti in cui sia  $T = 5$  sec e si desideri raggiungere un  $T_{des} = 2$  sec.

Applicando le relazioni viste, si otterrebbe

$$R(s) = (1+5 \cdot s) / 2 \cdot s = 2.5 + 0.5 / s$$

cioè guadagno proporzionale  **$K_p = 2.5$**  e guadagno integrale  **$K_i = 0.5$** .



**Fig. 21.6** -

**Influenza della saturazione sulla risposta ad un gradino.**



La figura mostra però chiaramente che tenendo conto della saturazione, la risposta effettiva dell'anello si discosta notevolmente da quella prevista.

Nella pratica però spesso ci si accontenta di tarare il regolatore in modo che la risposta al gradino sia non-oscillante o con una modesta sovraelongazione (breve superamento del riferimento con rientro nella banda di tolleranza), senza prefissarne le prestazioni. Del resto quasi mai si conoscono con sufficiente precisione i parametri del sistema controllato e questo giustifica il procedimento di messa a punto per tentativi.

Va comunque sottolineato che ove si debbano garantire prestazioni, questa pratica deve essere almeno supportata da una simulazione che evidenzi i limiti del controllo e che permetta di ottimizzarne i parametri.

Ovviamente tale simulazione richiede la conoscenza del sistema controllato, e sono quindi di fondamentale importanza i procedimenti che permettono l' **identificazione del sistema** stesso, procedimenti che verranno illustrati più avanti.

I regolatori analogici classici sono essenzialmente di tre tipi:

- il più semplice è il puro proporzionale (**P**), che permette la taratura del solo guadagno d'anello ma che presenta anche a regime, per sistemi controllati non integratori, un errore (**errore statico**)
- il già visto proporzionale-integrale (**PI**) adatto a sistemi con una sola costante di tempo e con errore statico nullo
- il più completo proporzionale-integrale-derivativo (**PID**) che in teoria permette la compensazione di sistemi a due costanti di tempo, ma che è di delicata applicazione per la tendenza ad esaltare i disturbi alle alte frequenze.

Nella tecnologia moderna, questi regolatori vengono sostituiti da equivalenti apparati digitali, con vantaggi di aumentata precisione, di costanza delle caratteristiche nel tempo e di semplificato interfacciamento con i calcolatori di controllo a livello superiore.

Fisicamente i regolatori digitali sono realizzati o come unità singole (single loop controller) o in apparati che svolgono in sequenza il controllo di più anelli (DDC, Direct Digital Control) con una sola unità di elaborazione.

Questi ultimi sono spesso associati ai PLC (Programmable Logic Controller) che realizzano la logica, le sequenze automatiche e gli allarmi degli impianti industriali, in modo da costituire quello che si chiama **automazione industriale di primo livello**, cioè il controllo automatico delle singole parti di cui è costituito un impianto industriale.

La semplicità formale nell'uso di tali regolatori, visti come una pura sostituzione dei corrispondenti analogici, nasconde spesso sia le loro maggiori intrinseche potenzialità, sia le loro limitazioni, dovute soprattutto al campionamento.

Il prossimo capitolo è appunto dedicato ad una comprensione più approfondita di questi.

---

[1]La principale caratteristica della funzione esponenziale è quella di essere uguale alla sua derivata, cioè alla propria pendenza.

## Regolatori digitali (22)

Un regolatore digitale è caratterizzato, oltre che dall'elaborazione numerica dell'algoritmo di controllo, anche da un **ciclo di scansione**, cioè da un periodo di tempo durante il quale si suppone che i segnali in gioco non varino ed entro il quale deve completarsi lo svolgimento delle operazioni di calcolo.

Più in dettaglio, una tipica configurazione di controllo digitale è rappresentabile come in Fig. 22.1, in cui gli interruttori 1 e 2 vengono chiusi in opportuna sequenza per il tempo strettamente necessario a trasferire il segnale al relativo convertitore e con un periodo di ripetizione costante, normalmente indicato con **DT**.

Precisamente all'inizio di ciascun ciclo viene momentaneamente chiuso l'interruttore 1 per trasferire il segnale (analogico) **y** al convertitore Analogico/Digitale (**A/D**), in modo da avere disponibile per il calcolo l'aggiornamento di questo valore, vengono poi svolti i calcoli nell'unità di elaborazione ed alla fine di questi viene momentaneamente chiuso il 2 onde permettere la conversione Digitale/Analogica (**D/A**) e quindi l'aggiornamento del segnale d'uscita **u**.

Ovviamente il segnale (analogico) **u** è memorizzato, cioè mantenuto costante fra un aggiornamento e l'altro, risultando quindi in realtà

un segnale a gradini nel tempo, con durata di ciascun gradino uguale a  $DT$ .

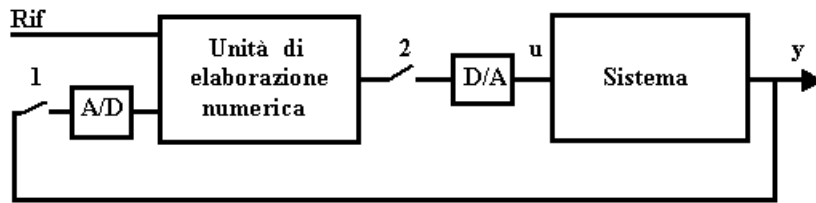


Fig. 22.1 -

### Configurazione di una regolazione digitale.

Valgono perciò tutte le relazioni viste nei capitoli precedenti sui segnali campionati, ed in particolare è possibile convertire le funzioni di trasferimento da trasformate  $s$  di Laplace in trasformate  $z$  (vedi pag. 17-2).

Supponendo ad esempio che il sistema della Fig. 22.1 sia lo stesso visto nella Fig. 21.3 e che il regolatore sia di tipo **PI**, varranno le trasformazioni:

$$S(s) = 1 / (1 + T \cdot s) \quad \text{----->} \quad S(z) = a_{s0} / (1 - b_{s1} \cdot z^{-1})$$

$$R(s) = (1 + T \cdot s) / (Tdes \cdot s) \quad \text{----->} \quad R(z) = (a_{r0} + a_{r1} \cdot z^{-1}) / (1 - b_{r1} \cdot z^{-1})$$

$$G(s) = R(s) \cdot S(s) = 1 / (Tdes \cdot s) \quad \text{----->} \quad G(z) = a_0 / (1 - b_1 \cdot z^{-1})$$

dove i coefficienti del sistema sono, come già visto,  $a_{s0} = DT / (T + DT)$

e  $b_{s1} = T / (T + DT)$ , mentre ponendo quelli del regolatore ai valori

$$a_{r0} = (T + DT) / Tdes, \quad a_{r1} = -T / Tdes \quad \text{e} \quad b_{r1} = 1$$

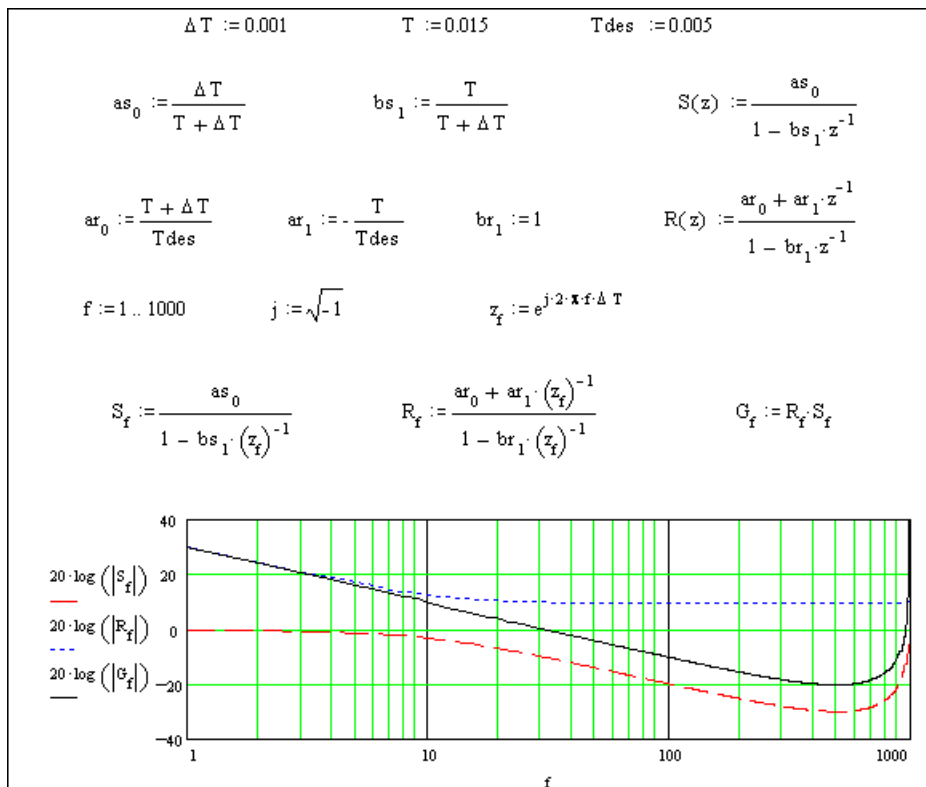
si ottengono  $a_0 = DT / Tdes$  e  $b_1 = 1$ , cioè i coefficienti di un nuovo blocco integratore puro con costante  $Tdes$ .

La Fig. 22.2 mostra in programma Mathcad<sup>â</sup> la progettazione di un regolatore digitale applicato ad un sistema con una costante di tempo  $T = 15$  ms (il che corrisponde ad una frequenza di taglio di circa 10 Hz)

in cui si desidera raggiungere una costante di tempo dell'anello chiuso  $T_{des} = 5$  ms. Come tempo di scansione si è scelto  $DT = 1$  ms.

I diagrammi di Bode rispettivamente del sistema  $S$ , del regolatore  $R$  e dell'intero anello (aperto)  $G$ , mostrano l'effetto di 'compensazione' del regolatore per ottenere un integratore puro, cioè una retta con inclinazione di  $-20$  dB / decade, che tagli l'asse 0 dB alla frequenza desiderata di  $1/(2 \cdot p \cdot T_{des}) @ 32$  Hz.

I diagrammi mostrano anche chiaramente l'effetto della scelta del tempo di scansione: aliasing oltre i 500 Hz (cioè la metà della frequenza di scansione, che con  $DT = 1$  ms corrisponde ad 1 kHz).



**Fig. 22.2**

### - Calcolo di un regolatore digitale con risposta prefissata

La chiusura dell'anello su un integratore puro genera, come già visto, un blocco equivalente ad una costante di tempo, che nel caso specifico corrisponde a  $T_{des} = 5$  ms.

La Fig. 22.3 mostra la risposta dell'anello chiuso, considerando l'introduzione di un filtro (analogico, del secondo ordine) antialiasing sui segnali d'ingresso di riferimento e di retroazione con banda passante [1] di 100 Hz.

L'andamento del filtro è rappresentato dalla linea a tratti, mentre la risposta dell'anello chiuso, comprendente il filtro, è rappresentata dalla linea continua.

Come si vede la banda passante dell'anello chiuso è circa 32 Hz ed assumendo in prima approssimazione che corrisponda ad un blocco con una sola costante di tempo [2], questa risulterebbe infatti 5 m

&nbsp;

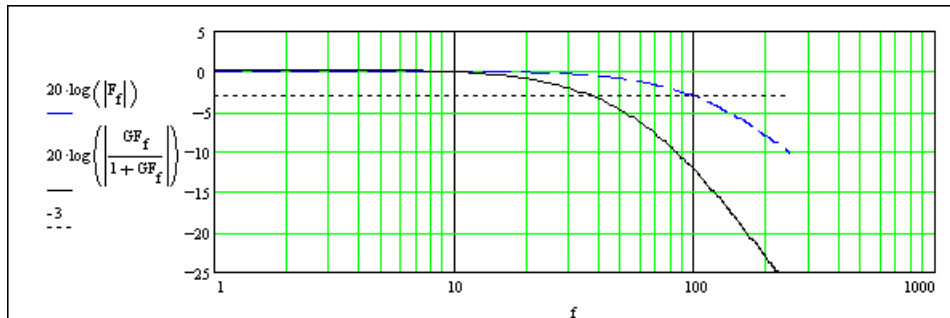


Fig. 22.3

- **Risposta dell'anello chiuso, tenendo conto dell'inserimento di un filtro antialiasing.**

Si può quindi assumere come funzione di trasferimento dell'anello chiuso la funzione

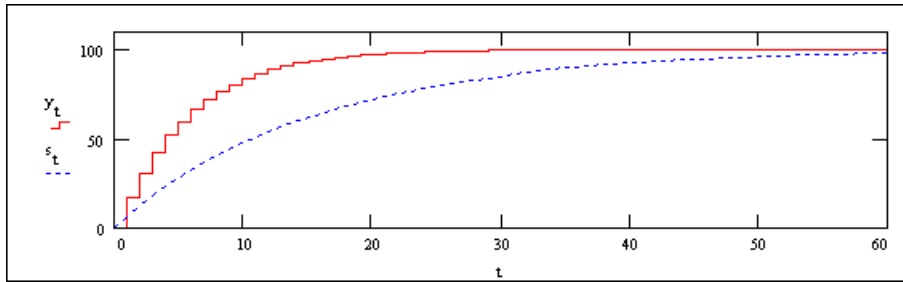
$$H(z) = G(z) / (1 + G(z)) = ah_0 / (1 - bh_1 \cdot z^{-1})$$

on  $ah_0 = DT / (Tdes + DT)$  e  $bh_1 = Tdes / (Tdes + DT)$

Trasformando nel tempo la  $H(z)$  si può ricavare con calcolo ricorsivo ad esempio la risposta al gradino **Rif = 100**.

La Fig. 22.4 mostra questo esempio, in cui si è assunto:

$$y_0 = 0 \quad y_t = y_{t-1} \cdot bh_1 + Rif \cdot ah_0 \quad \text{con} \quad ah_0 = 1 / 6 \quad \text{e} \quad bh_1 = 5 / 6$$



**Fig. 22.4 - Risposta al gradino dell'anello chiuso, paragonata alla risposta 'naturale' del sistema S (linea tratteggiata).**

Come ci si aspettava, si vede che la costante di tempo è effettivamente di 5 ms

Nella figura è anche rappresentata la risposta che si sarebbe ottenuta applicando direttamente il gradino di riferimento al blocco originario, senza regolatore e senza la chiusura dell'anello, cioè utilizzando rispettivamente i coefficienti **as<sub>0</sub>** e **bs<sub>1</sub>**, anziché **ah<sub>0</sub>** e **bh<sub>1</sub>**

Con il metodo di progettazione illustrato è quindi possibile prefissare la risposta desiderata ed è importante sottolineare che, almeno in linea teorica, con i regolatori digitali risulterebbe possibile compensare qualsiasi struttura del sistema controllato.

Una struttura di **regolatore polinomiale**, permette sempre infatti il calcolo dei suoi vari coefficienti in modo tale da 'annullare' esattamente i poli e gli zeri del sistema controllato, comunque questo sia complesso.

Già una semplice struttura biquadratica (vedi pag. 18-1) con 5 coefficienti è superiore in questo senso ad un classico regolatore PID.

Ovviamente però anche per le soluzioni digitali valgono le limitazioni di carattere fisico viste per i corrispondenti regolatori analogici, eventualmente aggravate da eventuali limitazioni pratiche di calcolo (ad esempio con l'utilizzazione di numeri interi che permettono una elevata velocità di elaborazione, ma pongono limiti nei valori massimi o nel troncamento dei risultati).

Occorre quindi molta prudenza nell'applicazione pratica di metodi di ottimizzazione, che devono essere almeno supportati da simulazioni specifiche, tendenti a controllare i limiti delle grandezze in gioco.

---

[1] Si ricorda che banda passante è definita (vedi pag. 14 -5) la serie di frequenze la cui attenuazione non supera i 3 dB

[2] Ciò equivale a trascurare l'effetto del filtro nella banda utile del blocco, ed in realtà la funzione del filtro è solo quella di tagliare le frequenze più alte per evitare l'aliasing.

Si assume pertanto che la dinamica del blocco sia influenzata solo dalla  $\mathbf{G}(z)$ .