Zeno Martini (admin)

SOVRARISCALDAMENTO

21 June 2010

Premessa

Il dimensionamento delle macchine elettriche deve fare i conti con il **calore** sviluppato durante il funzionamento. Tale calore innalza la **temperatura** delle varie parti che costituiscono la macchina, ognuna delle quali, per evitare il malfunzionamento, non deve superare determinati limiti.

Alcune domande giunte sul tema mi hanno portato a sfogliare un testo "antico" di **Giovanni Someda**: **"Elementi di Costruzione delle macchine elettriche"**. L'articolo è, fondamentalmente, una lettura del **capitolo II:Sovrariscaldamento**.

Ovviamente la lettura del testo originale, di un classico come questo per altro, è sempre la cosa migliore.

Ad ogni modo spero che la proposta possa essere utile, almeno per **inquadrare** i problemi, conoscere qualche dato costruttivo e magari eseguire qualche piccolo calcolo orientativo.

Leggi generali

La cessione all'ambiente del calore che un qualsiasi corpo produce, può avvenire per **conduzione**, **convezione** od **irraggiamento**. Brevemente: la conduzione trasferisce l'energia termica per l'interazione tra le particelle che costituiscono il corpo; nella convezione il calore è trasportato insieme alla massa di un fluido in moto; nell'irraggiamento l'energia è trasmessa dalle onde elettromagnetiche emesse.

Legge di Fourier per la conduzione termica

La potenza termica trasmessa, P_t, tra due punti per conduzione, aumenta con la differenza di temperatura $\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$. E' la **legge di Fourier** che potremmo chiamare legge di Ohm termica (ma, forse, storicamente, occorrerebbe chiamare la legge di Ohm, legge di Fourier elettrica).

Si ha:

$$P_t = K_T \cdot \Delta\vartheta \quad [1]$$

con K_T: conduttanza termica espressa in watt diviso kelvin. L'inverso è la resistenza termica.

Conducibilità interna dei materiali

La conduttanza dipende, come la conduttanza elettrica, dal materiale e dalla sua geometria.

Considerando, nel corpo, due superfici parallele a distanza d e di area S,si può scrivere

$$K_T = \lambda \frac{S}{d} \quad [2]$$

λ: coefficiente di conducibilità termica interna $\left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}}\right)$

Ecco una tabella di valori della conducibilità per i materiali usati nelle macchine elettriche

Conduttività termica dei materiali	
Materiale	k (W / m K)
Rame	380
Ottone-bronzo	100÷130
Alluminio	200
Lamiere al silicio (2÷4%)	50÷60
Pacco di lamierini isolati con carta	0,4÷0,5
Pacco di lamierini isolati con vern	1÷1,25
Acciaio	40÷50
Carta secca	0,1
Carta impregnata con olio	0,1÷0,2
Cotone secco	0,03÷0,07
Cotone impregnato in olio	0,1
Mica	0,36
Micanite	0,1÷0,2
Tela sterling	0,25
Cartone presspan	0,15÷0,2
Porcellana	0,8÷1
Vetro	0,75÷1
ebanite	0,18

Legge globale di trasmissione del calore

Consideriamo un **corpo omogeneo a temperatura uniforme** , ϑ, di volume V e superficie S, immerso in un ambiente a temperatura ϑ_a. La temperatura uniforme implica, per la legge di Fourier, una conduttanza interna infinita (o resistenza termica nulla).

Per valutare il calore che il corpo trasmette all'ambiente, introducendo il concetto di conduttanza globale, K_T, si può stabilire una legge identica a quella di Fourier, con $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_a$. Però, in tal caso, K_T non è una costante, e deve tenere conto delle tre modalità di trasmissione del calore. Si ha in definitiva una situazione molto più complessa in cui K_T dipende dalla temperatura e dal movimento del fluido che costituisce l'ambiente.

Il calore prodotto dal corpo si trasferisce comunque all'ambiente sempre per effetto della differenza di temperatura.

Capacità termica

La sovratemperatura è dovuta al calore prodotto e immagazzinato nel corpo come energia interna. L'aumento di energia interna, cioè di temperatura, dipende dalla capacità termica C_T del corpo definita dalla relazione

$$\Delta\vartheta \cdot C_T = Q_i \quad [3]$$

avendo indicato con Q_i il calore immagazzinato. La potenza istantaneamente immagazzinata è

$$p_i = \frac{\mathrm{dQ}_i}{\mathrm{d}t} = C_T \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\vartheta}{\mathrm{d}t}$$

con

$$C_T = p_{sp} \cdot c_{sp} \cdot V \qquad \left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right)$$

con c_{sp} calore specifico $\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}\right)$ e p_{sp} peso specifico $\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)$ e V volume (m^3).

Transitorio termico

Indicando con p la potenza totale prodotta p_i la potenza immagazzinata, p_t quella trasmessa, si può stabilire l'equazione per le potenze, valida in ogni istante:

$$p = p_i + p_t$$

quindi

$$C_T \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\vartheta}{\mathrm{d}t} + K_T \cdot \Delta\vartheta - p = 0$$

equazione differenziale lineare del primo ordine, considerando C_T e K_T costanti.

Equazione comunissima nella fisica

$$\frac{C_T}{K_T} \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\vartheta}{\mathrm{d}t} + \Delta\vartheta - \frac{p}{K_T} = 0$$

$$\frac{C_T}{K_T} \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\vartheta}{\mathrm{d}t} + \Delta\vartheta - \frac{p}{K_T} = 0$$

Considerando costante la p si ha

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_f \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right) \quad [4]$$

$\Delta\vartheta_f = \frac{P}{K_T}$ è la sovratemperatura finale.

$$\tau = \frac{C_T}{K_T}$$

è la costante di tempo: dopo un tempo di 3τ la sovratemperatura raggiunta differisce del 5% dal valore finale.

I suoi valori sono molto diversi per le diverse macchine elettriche: vanno dai minuti e qualche decina di minuti per le piccole macchine molto ventilate, alle parecchie ore per le grosse macchine, come i trasformatori in olio di grande potenza a raffreddamento naturale.

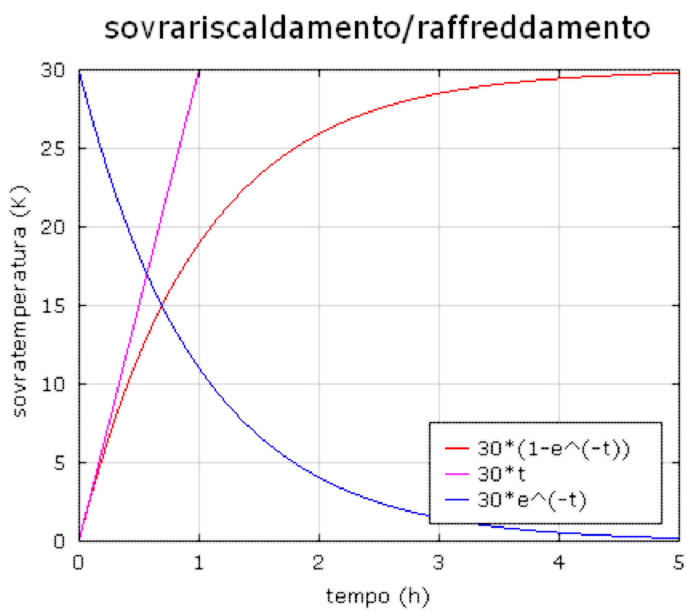
Il **raffreddamento** è regolato dalla stessa equazione differenziale: manca il termine P

$$C_T \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\vartheta}{\mathrm{d}t} + K_T \cdot \Delta\vartheta = 0$$

la soluzione è

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_M \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La figura rappresenta i grafici tipici.



La costante di tempo è di un'ora. La sovratemperatura di $30\,\mathrm{K}$.

La retta, tangente alla curva nell'origine, ha coefficiente angolare pari alla costante di tempo, quindi interseca il valore finale in corrispondenza a t=1 h.

Irradiazione

L'irraggiamento, cioè la potenza calorica di un corpo a temperatura assoluta T in un ambiente a temperatura T_a, è regolato dalla legge di Stefan-Boltzmann che si può anche scrivere nella forma

$$W_i = h_i \cdot \left(\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a}{100} \right)^4 \right) \quad [5]$$

dove W_i è la potenza per unità di superficie radiante $\left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \right)$.

Il coefficiente di irradiazione h_i (che è sempre una potenza specifica) dipende dalla natura della superficie e vale $h_i = 5{,}67$ per un *corpo nero*, $h_i = 5$ per *corpi scuri* come il ferro delle macchine elettriche, $h_i = 1$ per superfici metalliche lucide.

La precedente legge si può anche scrivere in una forma più compatta

$$W_i = K_i \cdot \Delta\vartheta$$

dove $\Delta\vartheta = T - T_a$

e K_i un coefficiente che dipende dalla temperatura.

Si può, in prima approssimazione, assumere per le macchine elettriche considerate alla temperatura di $40°C$ in un ambiente a $20°C$, un valore

$$K_i = 6 \quad \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K} \cdot \mathrm{m}^2} \quad [6]$$

Occorre ad ogni modo ricordare che la formula precedente vale per superfici libere di colore scuro, non influenzate da altre radiazioni. La situazione reale è perciò molto più complessa e le formule precedenti possono servire per averne un'idea approssimata.

- **Nota**: ricordiamo la relazione che lega la temperatura assoluta T e la temperatura ϑ espressa in gradi centigradi: $T = \vartheta + 273,16$. Le differenze di temperatura sono perciò identiche.

Convezione naturale

Il calore prodotto è, in tal caso, asportato dal fluido che lambisce la superficie del corpo.

Se al fluido non si imprime volutamente un movimento, la convezione si dice naturale. Il movimento naturale del fluido è dovuto alla forza di galleggiamento causata dalla differenza di densità tra fluido caldo e fluido freddo.

Le particelle di fluido in movimento sono soggette anche alle forze di attrito (fluido-corpo e fluido-fluido), per cui la portata di fluido in movimento, dipende, a regime, dall'equilibrio di attrito e galleggiamento. Il moto può essere **laminare** quando le particelle si muovono mantenendosi parallele; oppure **turbolento** quando compaiono vortici.

In genere il movimento è raffigurato mediante il tracciamento delle isoterme con l'interferometro di Mach-Zehnder.

Anche in questo caso si cerca di stabilire una formula del tipo

$$W_c = K_c \cdot \Delta\vartheta$$

dove W_C rappresenta la potenza termica asportata dall'unità di superficie lambita dal fluido.

K_C però è un coefficiente che dipende dalle caratteristiche del fluido, ovviamente, ma anche dalla temperatura.

Lo si può determinare con relazioni empiriche e, per una data geometria del corpo lambito dal fluido, con un'espressione del tipo

$$K_c = Nu \cdot \frac{\lambda}{H}$$

dove H rappresenta la lunghezza di una dimensione caratteristica della struttura lambita e λ la conducibilità termica del fluido, mentre Nu è il numero di Nusselt, ricavabile dal numero di Rayleigh, Ra, con una relazione del tipo

$$Nu = C \cdot Ra^n$$

con C ed n dipendenti dalla geometria della superficie e dal tipo di movimento.

Il numero di Rayleigh è, a sua volta, il prodotto dei numeri di Grashof, Gr, e di Prandtl, Pr

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

il numero di Grashof è il rapporto tra forze di galleggiamento e forze viscose, e determina il valore per cui il moto è laminare o turbolento, mentre quello di Prandtl è il rapporto tra la diffusività della quantità di moto e la diffusività termica, cioè del prodotto del calore specifico del fluido per la sua viscosità, diviso la conducibilità termica.

Come si può capire, e quanto sopra è stato scritto soprattutto per evidenziarlo, la complessità dei fenomeni fisici è notevole e ricercare una soluzione universale precisa è impresa quasi impossibile. Ci si accontenta perciò di formule empiriche orientative.

aria

Per l'**aria**, ad esempio, si ha, secondo una formula proposta da Lorenz

$$K_c = 1,4 \cdot \sqrt[4]{\frac{\Delta\vartheta}{H}}$$

per l'**idrogeno**

$$K_c = 3,8 \cdot \sqrt[4]{\frac{\Delta\vartheta}{H}}$$

dove H rappresenta l'altezza della **parete verticale** lambita dall'aria. E' una formula che dà risultati accettabili se H è al massimo di $15 \quad cm$.

Nusselt invece ha trovato sperimentalmente una formula che prescinde dall'altezza della parete.

$$W_c = 2,55 \cdot \Delta\vartheta^{1,25} \quad [7]$$

Per un calcolo di massima orientativo si usa, quando $\Delta\vartheta$ è compreso tra $30°C$ e $50°C$ un K_C compreso tra 6 e 7.

$$W_c = (6 \div 7) \cdot \Delta\vartheta \quad [8]$$

Per una **superficie orizzontale** vale la formula di Nusselt solo che il coefficiente numerico è 2,8 (**Hencky**)

$$W_c = 2,8 \cdot \Delta\vartheta^{1,25} \quad [9]$$

Esistono formule empiriche anche per **superfici disperdenti cilindriche**. Sono influenzate notevolmente dal diametro. Si possono usare per i conduttori evidentemente.

Il diametro d è espresso in metri:

$$0,03 \le d \le 0,3$$
$$W_c = 2,8 \cdot \left(1 + \frac{0,037}{d}\right) \cdot (1 + 0,104 \cdot \Delta\vartheta) \cdot \Delta\vartheta$$

$$d \approx 0,001$$
$$W_c = 25 \cdot (1 + 0,104 \cdot \Delta\vartheta) \cdot \Delta\vartheta$$
[10]

$$d \approx 0,0001$$
$$W_c = 100 \cdot (1 + 0,104 \cdot \Delta\vartheta) \cdot \Delta\vartheta$$
[10]

liquido

olio per trasformatori a circa $50°$

$$K_c = 9 \cdot \sqrt[4]{\frac{\Delta\vartheta}{H \cdot \eta}}$$

η: viscosità, molto variabile: valore medio $\eta = 2,4 \cdot 10^{-3} \quad \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m \cdot s}}$

Si tratta sempre di formule empiriche. Se la sovratemperatura è piccola (fino a $30°C$) si può usare la più semplice

$$K_c = 80 \quad \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K}} \quad [11]$$

Coefficiente totale di trasmissione esterna

Per tenere conto globalmente dell'irraggiamento e della convezione naturale si usa di solito l'espressione di "proporzionalità" tra potenza termica trasmessa e differenza di temperatura.

$$W_p = K' \cdot \Delta\vartheta$$

dove K' è un coefficiente cui, in media si attribuisce il valore 12. Se si desidera una maggior precisione vale 11,8 per $\Delta\vartheta = 30\,\mathrm{K}$; 13,6 per $\Delta\vartheta = 60\,\mathrm{K}$; 15,3 per $\Delta\vartheta = 90\,\mathrm{K}$

[12]

Convezione forzata

La convezione forzata consente di aumentare l'asportazione di calore da un corpo, mediante un fluido messo in movimento da un ventilatore o da una pompa.

Il fenomeno fisico è molto complesso e per il suo studio non si può che rimandare a testi specifici di fisica tecnica.

A grandi linee possiamo dire che esiste ancora una relazione del tipo

$$W_P = K_c \cdot \Delta\vartheta$$

essendo sempre $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_a$ la differenza tra la temperatura del corpo e quella dell'ambiente circostante a sufficiente distanza.

K_C è il coefficiente di convezione ed esprime i watt dispersi per ogni metro quadro di superficie lambita e per ogni grado di differenza di temperatura. $\left(\frac{W}{m^2 K}\right)$

Come indicato per la convezione naturale il coefficiente K_C è legato al numero di **Nusselt** dalla stessa relazione, che esprime il rapporto tra la potenza termica che si trasmette per convezione e quella che si trasmette per conduzione, quando il fluido è in quiete. $Nu = 1$ indica dunque che il calore si trasmette per conduzione. Quanto più Nu è maggiore di uno, tanto più consistente è la convezione.

aria

Esistono diverse formule empiriche per ogni diversa struttura, che determinano il coefficiente K_C.

In tutte gioca un ruolo fondamentale la velocità dell'aria, un parametro che non è facile stabilire, per cui la maggior precisione di formule complesse è pregiudicata dall'incertezza sulla conoscenza della velocità dell'aria.

Ad ogni modo per velocità dell'aria v comprese tra 4 e 30 metri al secondo si può accettare la formula approssimata

$$K_c = 15 \cdot v^{0,66} \quad \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K}} \quad [13]$$

Un'altra formula empirica che si usa per i rotori delle macchine è

$$K_c = \frac{1 + 0,1 \cdot v}{k'} \quad [14]$$

- v: velocità periferica in m/s;
- $k' = 0,2 \div 0,4$

liquido

olio

$$K_c = \frac{1 + 3 \cdot \sqrt{v}}{0,015} \quad [15]$$

- v: velocità in m/s;

acqua

$$K_c = \frac{1 + 3 \cdot \sqrt{v}}{0,010} \quad [16]$$

- v: velocità in m/s;

Portata di ricambio

Il calore prodotto dal corpo riscalda l'ambiente in cui si trova. Nelle precedenti considerazioni si ipotizza una temperatura ambiente costante ad una certa distanza dal corpo. Il che implica un rinnovo del fluido a contatto con il corpo. E' ciò che si verifica naturalmente, se le dimensioni del corpo sono piccole rispetto a quelle dell'ambiente. In caso contrario occorre calcolare la portata di rinnovo del fluido ambientale affinché esso mantenga una temperatura definita.

L'innalzamento di temperatura di un corpo dipende dalla sua capacità termica, la quale, è data dal prodotto del calore specifico c_{sp} per il peso. Se il volume V di fluido ambientale, di peso specifico p_{sp}, ha inizialmente una temperatura ϑ_i e raggiunge la temperatura ϑ_u dopo un certo tempo Δt, riceve la quantità di calore

$$Q = c_{sp} \cdot p_{sp} \cdot V \cdot (\vartheta_u - \vartheta_i)$$

Il rapporto $W_p = \dfrac{Q}{\Delta t}$ è la potenza termica ricevuta dal fluido. Il rapporto

$$v = \frac{V}{\Delta t}$$

rappresenta la portata di fluido che deve essere ricambiato.

Posto, al solito, $\Delta\vartheta = (\theta_u - \vartheta_i)$ si ha

$$v = \frac{W_p}{c_{sp} \cdot p_{sp} \cdot \Delta\vartheta} \quad [17]$$

Nella tabella seguente è riportato il calcolo delle portate volumetriche necessarie per ogni kW di potenza calorica prodotta di quattro fluidi usati come refrigeranti nelle macchine elettriche.

	$\vartheta_i\,(°C)$	$\vartheta_u\,(°C)$	$p_{sp}\left(\frac{kg}{m^3}\right)$	$c_{sp}\left(\frac{J}{kg\ K}\right)$	$v\left(\frac{dm^3}{min \cdot kW}\right)$
aria	25	50	1,15	1000	2087
olio	20	40	860	1800	1,94
acqua	25	40	1000	4180	0,957
idrogeno	25	50	0,084	14500	1970

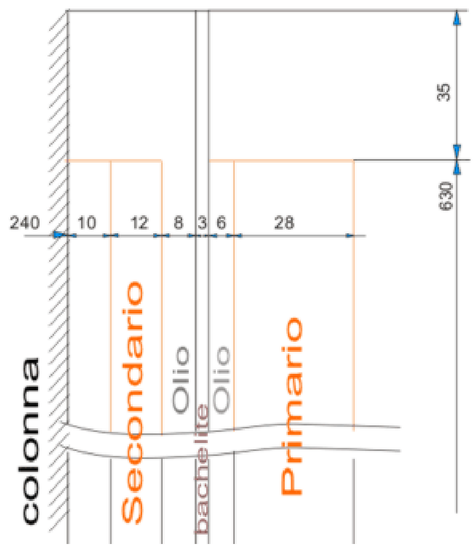
Qualche esempio

Come esempio supponiamo di aver dimensionato un trasformatore e di voler controllare le sovratemperature. (NB: i dati sono sempre presi dal testo di Giovanni Someda)

Trasformatore trifase in olio con raffreddamento naturale MT/BT

- $S_n = 700 \quad \text{kVA}$
- $15000\,\text{V}/230\,\text{V}$

Nella figura uno schizzo dell'ingombro degli avvolgimenti

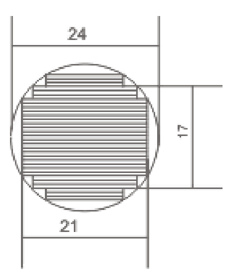


Avvolgimenti trasformatore

- Perdite totali nel ferro: $P_{Fe} = 2500\,\text{W}$ così ripartite:

$P_{Fe,colonne} = 1425\text{W}$
$P_{Fe,gioghi} = 1075\text{W}$

Ogni colonna, che produce $W_p = \frac{1425}{3} = 475\text{W}$, è alta $H = 70\text{cm}$ e la sua sezione è mostrata in figura.



La superficie lambita dall'olio si può considerare il 10% maggiore della superficie laterale del cilindro circoscritto $S = 1,1 \cdot \pi D = 0,58\text{m}^2$. Considerando il coefficiente di trasmissione usuale ([11]) si ha $\Delta\vartheta = \frac{475}{80 \cdot 0,58} = 10\text{K}$

L'avvolgimento secondario è costituito da $N_2 = 13$ spire eseguite con piattina 12x40 mm. Il diametro interno è di **25 cm**, quello esterno di **27,4 cm** e l'altezza di ogni spira è di **4 cm**. Le spire sono separate da distanziatori di altezza 5 mm, che occupano il **25%** della loro superficie e lo spessore della spira è di **12 cm**. In definitiva la totale superficie di rame lambita dall'olio è

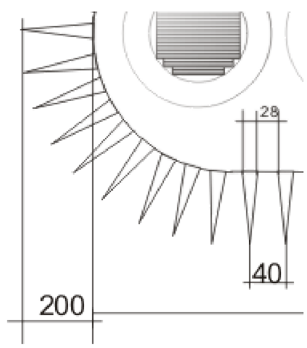
$$S_{cu,sec} = \pi \cdot (0,25 + 0,274) \cdot 13 \cdot 4 + +0,75 \cdot \pi \cdot 0,262 \cdot 2 \cdot 0,012 \cdot 13 = 1,06\,\mathrm{m}^2$$

Poiché i tre avvolgimenti secondari dissipano in totale $P_{cu} = 5500\,\mathrm{W}$, la sovratemperatura del rame secondario rispetto all'olio è di

$$\Delta\vartheta = \frac{\frac{5500}{3}}{80 \cdot 1,06} = 21,5\,\mathrm{K}$$

Anche i primari dissipano $P_{cu} = 5500\,\mathrm{W}$. In questo caso si considera una superficie lambita dall'olio di $1,70 m^2$. Applicando la stessa formula usata per il secondario, si trova una sovratemperatura di $13,5\,\mathrm{K}$.

Per il cassone che contiene il trasformatore è adottata una superficie ondulata del tipo di figura.



Le ondulazioni sono **74** e la loro altezza è di **1850 mm**.

Complessivamente la superficie disperdente lambita dall'aria è perciò di $S = 58\,\mathrm{m}^2$.

L'area perimetrale del cassone, da cui dipende l'irradiazione, è di $A = 8\mathrm{m}^2$

La potenza da dissipare è la somma delle perdite nel ferro e nel rame, quindi $W_P = 13500\,\mathrm{W}$

Per calcolo della sovratemperatura dell'olio rispetto all'aria, si possono considerare le formule relative alla convezione ed all'irraggiamento. Il procedimento non è tuttavia affatto semplice, perché la temperatura del cassone non è uniforme.

La temperatura più alta si ha nella parte superiore e, per essa, discreti risultati li fornisce una formula empirica (di **Rebora**)

$$\Delta\vartheta_M = \frac{0,23 \cdot W_P}{A + 0,8 \cdot S + 0,001 \cdot W_P} \quad [18]$$

che, con i valori elencati, fornisce

$\Delta\vartheta_M = 45,5\,\mathrm{K}$

Sempre una formula empirica del **Rebora** dà la sovratemperatura media del cassone

$$\Delta\vartheta_m = \frac{0,13 \cdot W_P}{A + 0,8 \cdot S} = 30\,\mathrm{K} \quad [19]$$

Si può allora considerare una sovratemperatura media aritmetica delle due, quindi circa $38\,\mathrm{K}$

La sovratemperatura degli avvolgimenti è allora, rispettivamente di $59,5\,\mathrm{e}\,51,5\,\mathrm{K}$

Riferimenti

- **Elementi di costruzioni delle macchine elettriche - Giovanni Someda - Ed.Patron**
- **Termodinamica e trasmissione del Calore - Yunus A. Cengel - McGraw-Hill**
- **Analogia elettrotermica**