



Zeno Martini (admin)

## ESERCIZI SUL TRASFORMATORE

9 April 2013

EY è nato come sito per l'Elettrotecnica ed i suoi derivati, non disdegnando di allargarsi ad altri campi e perfino di proporsi come "intrattenimento".

Il suo bacino di utenza è costituito da tecnici e professionisti del settore elettrico e da studenti, oltre che da semplici interessati.

Nel forum si svolgono le varie discussioni e si aiutano studenti nello svolgimento di esercizi.

"Si aiutano", significa che non si eseguono gli esercizi su richiesta, ma si consigliano coloro che mostrano i loro procedimenti ed i loro dubbi, utilizzando gli strumenti di colloquio tecnico-virtuale disponibili, quali [LateX per le formule matematiche](#) e [FidoCadJ](#) per gli schemi elettrici.

A volte poi gli esercizi svolti, che nel tempo affondano e diventano difficili da recuperare, sono raccolti e proposti in un articolo, come in questo caso.

Ecco allora tre esercizi sul trasformatore, per tenersi in esercizio, rinfrescare le origini didattiche di EY, e ripescare altri articoli simili presenti nel sito, dei quali, in fondo, sono riportati i link

### Es.1

Un trasformatore monofase ha i seguenti dati di targa

$$S_n = 5000 \text{ VA}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{1n} = 400 \text{ V}$$

$$V_{20} = 50 \text{ V}$$

$$i_0\% = 4\%$$

$$v_{cc}\% = 10\%$$

$$P_{Fe} = 100 \text{ W}$$

$$P_j = 400 \text{ W}$$

Al secondario è collegata una resistenza

$$Z_c = R = 1 \Omega$$

Usando il circuito equivalente semplificato, calcolare

- La corrente assorbita al primario
- La caduta di tensione interna

### Soluzione

Il rapporto di trasformazione vale

$$k = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 8$$

le correnti nominali, primaria e secondaria sono

$$I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{5000}{400} = 12,5 \text{ A}$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{V_{20}} = \frac{5000}{50} = 100 \text{ A}$$

I parametri del circuito equivalente semplificato, riportati al primario, sono

$$R_{cc} = R_1 + R_{12} = \frac{P_j}{I_{1n}^2} = \frac{400}{12,5^2} = 2,56 \Omega$$

$$|Z_{cc}| = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} = \frac{0,1V_{1n}}{12,5} = \frac{40}{12,5} = 3,2 \Omega$$

$$X_{cc} = X_1 + X_{12} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{10,24 - 6,55} = 1,92 \Omega$$

l'impedenza del carico riportata al primario vale

$$Z_{c12} = Rk^2 = 64 \Omega$$

L'impedenza totale equivalente serie è dunque

$$Z_{eq} = Z_{cc} + Z_{c12} = 2,56 + j1,92 + 64 = 66,56 + j1,92 = 66,6 \angle 1,65 \Omega$$

La corrente di reazione primaria è perciò

$$I_{12} = \frac{V_{1n}}{Z_{eq}} = \frac{400}{66,6 \angle 1,65} = 21,39 = 6 \angle -1,65 \text{ A}$$

La corrente a vuoto vale

$$|I_{01}| = \frac{i_0\%}{100} I_{1n} = 0,04 \times 12,5 = 0,5 \text{ A}$$

la resistenza fittizia che simula le perdite nel ferro

$$R_{01} = \frac{V_{1n}^2}{P_{Fe}} = \frac{16 \times 10^4}{10^2} = 1600 \Omega$$

la sua componente attiva vale

$$I_{01a} = \frac{400}{1600} = 0,25 \text{ A}$$

mentre quella magnetizzante è

$$I_{01m} = \sqrt{I_{01}^2 - I_{01a}^2} = \sqrt{0,25^2 - 0,0625} = 0,433 \text{ A}$$

La corrente primaria è allora

$$I_1 = I_{12} + I_{01} = 6 \angle -1,65 + 0,25 + j0,433 = 5,98 - j0,17 + 0,25 + j0,433 = 6,23 + j0,263 = 6,24 \angle 2,4 \text{ A}$$

La tensione sul carico è

$$V_{12} = Z_{c12} \cdot I_{12} = 64 \times 6 = 384 \text{ V}$$

quindi la caduta di tensione da vuoto a carico è

$$\Delta V = V_{1n} - V_{12} = 400 - 384 = 16 \text{ V}$$

$$\Delta v\% = 100 \frac{\Delta V}{V_{1n}} = 100 \frac{16}{400} = 4\%$$

**Es. 2**

Un trasformatore Dyn con i seguenti dati di targa

Rapporto di trasformazione: 20 kV/400 V

Potenza: 400 kVA

Perdite a vuoto:  $P_0 = 925 \text{ W}$

Perdite di cortocircuito:  $P_{cc} = 5300 \text{ W}$

Corrente a vuoto:  $I_0 = 1,9\%$

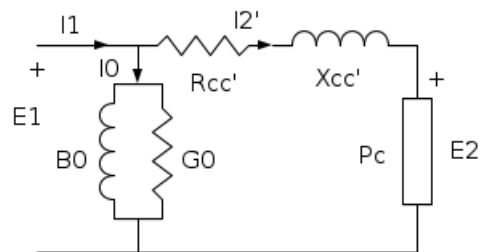
tensione di cortocircuito:  $V_{cc} = 4,2\%$

alimenta un carico di potenza  $P_c = 200 \text{ kW}$  a  $\cos\varphi = 0,8$ .

Nell'ipotesi che la tensione concatenata al secondario sia pari a  $V_2 = 396 \text{ V}$  si determinino la tensione concatenata al primario in modulo e fase, e la corrente primaria.

**Soluzione**

Ci riferiremo al circuito equivalente semplificato con parametri riportati al primario



dove

$$E_1 = \frac{V_1}{\sqrt{3}}$$

$$E_2' = \frac{V_2}{\sqrt{3}}$$

*Parametri longitudinali del trafo riportati al primario*

$$Z'_{cc} = \frac{v_{cc}\%}{100} \frac{V_{1n}^2}{A_n} = \frac{4}{100} \times \frac{(2 \times 10^4)^2}{400 \times 10^3} = 40 \Omega$$

$$R'_{cc} = \frac{P_{cc} V_{1n}^2}{A_n^2} = \frac{5300 \times (2 \times 10^4)^2}{(400 \times 10^3)^2} = 13,3 \Omega$$

$$X'_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{40^2 - 13,3^2} = 37,7 \Omega$$

*Parametri trasversali del trafo*

$$Y_0 = \frac{i_0\% A_n}{100 V_{1n}^2} = \frac{1,9}{100} \times \frac{400 \times 10^3}{(2 \times 10^4)^2} = 1,9 \times 10^{-5} \text{ S}$$

$$G_0 = \frac{P_0}{V_{1n}^2} = \frac{925}{(2 \times 10^4)^2} = 2,31 \times 10^{-6} \text{ S}$$

$$B_0 = \sqrt{Y_0^2 - G_0^2} = \sqrt{(1,9 \times 10^{-5})^2 - (2,31 \times 10^{-6})^2} = 1,89 \times 10^{-5} \text{ S}$$

*Corrente secondaria riportata al primario*

Il rapporto di trasformazione vale

$$k = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = \frac{20 \times 10^3}{4 \times 10^2} = 50$$

la corrente secondaria riportata al primario è

$$I'_2 = \frac{P_c}{(\sqrt{3} V_2 \cos \varphi) k} = \frac{200 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 396 \times 0,8 \times 50} = 7,3 \text{ A};$$

$$\arg(\dot{I}'_2) = -\arccos(\cos \varphi) = 36,8^\circ$$

Per determinare la tensione primaria, sommiamo scalarmente alla  $E'_2$  la caduta di tensione industriale,

$$E_1 = E'_2 + \Delta e = E'_2 + I'_2(R'_{cc} \cos \varphi + X'_{cc} \sin \varphi) =$$

$$= 50 \times \frac{396}{\sqrt{3}} + 7,3 \times (13,3 \times 0,8 + 37,7 \times 0,6) = 11674 \text{ V}$$

$$V_1 = \sqrt{3} E_1 = 11674 \times \sqrt{3} = 20220 \text{ V}$$

Per la corrente sommiamo vettorialmente la corrente secondaria riportata al primario con la corrente a vuoto.

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_2 + \dot{I}_0 = \dot{I}'_2 + \dot{E}_1 \dot{Y}_0 =$$

$$= 7,3 \angle -36,8 + 1,9 \times 10^{-5} \angle -83 \times 11674 = 5,8 - j4,37 + 0,027 - j0,22 =$$

$$= 5,83 - j4,55 = 7,4 \angle -38 \text{ A}$$

### Es. 3

Due trasformatori trifase TA e TB con i seguenti dati di targa:

**TA:**

$$S_n = 100 \text{ kVA}$$

$$V_1/V_2 = 10000 \text{ V}/400 \text{ V}$$

Gruppo 11; Connessione: Dyn

$$V_{cc}\% = 5\%V_n$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,25$$

**TB:**

$$S_n = 250 \text{ kVA}$$

$$V_1/V_2 = 10000 \text{ V}/400 \text{ V}$$

Gruppo 11; Connessione: Dyn

$$V_{cc}\% = 5\%V_n$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,25$$

vengono fatti lavorare in parallelo su un carico ohmico trifase simmetrico a stella, con  $R_c = 5 \Omega$ . Determinare:

- 1)Le correnti al secondario dei due trasformatori
- 2)La potenza sul carico

Si trascurino le perdite nel ferro e la corrente di magnetizzazione.

### Soluzione

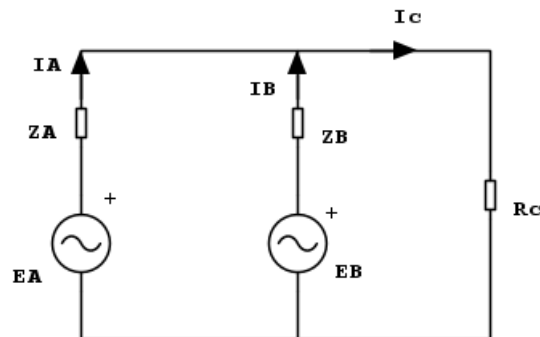
NB: esercizio svolto in [questo topic](#)

Osserviamo innanzitutto che il parallelo si può fare ed è perfetto, in quanto sono rispettate tutte le condizioni che lo permettono: stesso gruppo, stessa tensione a vuoto, stessa tensione di cortocircuito, stesso fattore di potenza di cortocircuito.

L'esercizio allora diventa un semplice esercizio di elettrotecnica con due generatori in parallelo.

Le caratteristiche dei generatori si ricavano dai dati di targa dei trasformatori.

Per i calcoli richiesti ci si può dunque riferire al seguente schema, che rappresenta una fase dei due trasformatori in parallelo che alimentano il carico; è il circuito monofase equivalente.  $R_c$ .



$\bar{E}_A$  ed  $\bar{E}_B$  sono le tensioni di fase a vuoto, mentre  $\dot{Z}_A$  e  $\dot{Z}_B$  sono le impedenze di cortocircuito. Si hanno

$$E_A = E_B = \frac{V_2}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

$$Z_A = \frac{\frac{V_{2n}}{\sqrt{3}} v_{cc} \%}{I_{2nA} 100} = \frac{\frac{V_{2n}}{\sqrt{3}} v_{cc} \%}{\frac{S_{nA}}{\sqrt{3}V_{2n}} 100} = \frac{V_{2n}^2 v_{cc} \%}{S_{nA} 100} = \frac{400^2}{100 \times 10^3} \frac{5}{100} = 0,08 \Omega$$

Le impedenze di cortocircuito sono inversamente proporzionali alla potenza, per cui

$$Z_B = Z_A \frac{S_{nA}}{S_{nB}} = 0,08 \times \frac{100}{250} = 0,032 \Omega$$

Inoltre essendo noto il fattore di potenza in cortocircuito si possono ricavare le componenti attive e reattive delle impedenze.

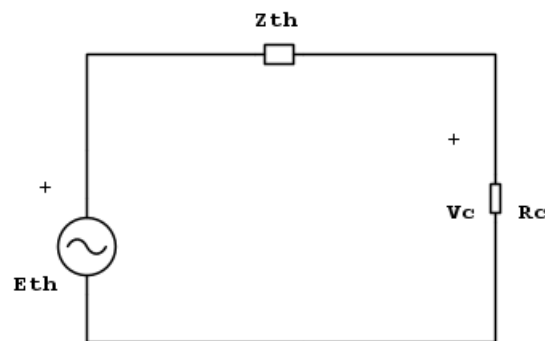
$$R_A = Z_A \cos \varphi_A = 0,02 \Omega$$

$$X_A = Z_A \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_A} = 0,0775 \Omega$$

$$R_B = Z_B \cos \varphi_A = 0,008 \Omega$$

$$X_B = Z_B \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_B} = 0,0310 \Omega$$

Circuito che, applicando Thevenin, diventa



Dove

$$\bar{E}_{Th} = \bar{E}_A = \bar{E}_B = 231 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{Th} &= \frac{\dot{Z}_A \dot{Z}_B}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B} = \frac{(0,02 + j0,0775)(0,008 + j0,0310)}{0,028 + j0,1085} = \\ &= \frac{0,00016 + j0,00062 + j0,00062 - 0,00240}{0,028 + j0,1085} = \frac{-0,00224 + j0,00124}{0,028 + j0,1085} = \\ &= \frac{-0,00006272 + j0,000243 + j0,00003472 + 0,0001345}{0,01256} = 0,005714 + j0,02214 \Omega \end{aligned}$$

La corrente nel carico vale

$$\begin{aligned} \bar{I}_c &= \frac{\bar{E}_{Th}}{\dot{Z}_{Th} + R_c} = \frac{231}{0,005714 + j0,02214 + 5} = \\ &= \frac{231(5,005714 - j0,02214)}{25} = 46,2 - j0,2 \text{ A} \end{aligned}$$

In pratica è in fase con la tensione. La resistenza del carico resistivo è infatti molto maggiore dell'impedenza equivalente di cortocircuito.

Le correnti nei due trasformatori si trovano con il partitore di corrente. Quindi

$$\bar{I}_A = \bar{I}_c \frac{\dot{Z}_B}{Z_A + Z_B} = 46,2 \frac{0,008 + j0,0310}{0,028 + j0,1085} = \frac{46,2}{3,5} = 13,2 \text{ A}$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_c \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} = 46,2 \frac{0,02 + j0,0775}{0,028 + j0,1085} = \frac{46,2}{1,4} = 33 \text{ A}$$

### Osservazioni:

Si è usato il partitore di corrente esprimendo le impedenze in forma complessa, ma poiché in questo caso le impedenze hanno lo stesso argomento, si potevano usare solo i loro moduli.

Poiché inoltre il parallelo è perfetto, basterebbe anche osservare che  $I_A$  e  $I_B$  stanno fra loro nel rapporto delle potenze, ovvero

2.5. Pertanto trovato il modulo di  $I_C$  basta dividerlo per 3.5 per trovare  $I_A$  e poi moltiplicarla per 2.5 per  $I_B$ .

La potenza assorbita dal carico è

$$P_c = 3R_c I_c^2 = 3 \times 5 \times 46,2^2 = 32 \text{ kW}$$

### Altri esercizi in EY sui trasformatori

- [Esercizio su trasformatore trifase](#)
- [Un esercizio sui trasformatori in parallelo](#)
- [Esercizio sul parallelo di due trasformatori](#)

Estratto da "<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:esercizi-sul-trasformatore>"