



Zeno Martini (admin)

## INCONVENIENTI DELLA MUTUA (INDUZIONE)

28 October 2008

### Due parole sulla mutua (induzione)

Un campo magnetico prodotto da correnti variabili in un circuito, genera, in un altro circuito non collegato ohmicamente al primo, tensioni elettriche. Il circuito sede delle tensioni si chiama indotto; induttore è detto il circuito che produce il campo magnetico variabile. I due circuiti si dicono magneticamente accoppiati e l'accoppiamento è misurato dal *coefficiente di mutua induzione*. Comunemente è indicato con  $M$  e rappresenta il rapporto tra il flusso magnetico concatenato con il circuito indotto e l'intensità di corrente circolante nel circuito induttore.

Il *coefficiente di autoinduzione*, comunemente indicato con  $L$ , è invece il rapporto tra il flusso concatenato con il circuito e la corrente che lo produce.

Se indichiamo con  $L_1$  ed  $L_2$  i coefficienti di autoinduzione di due circuiti accoppiati magneticamente, il coefficiente di mutua induzione, diviso la radice quadrata del prodotto dei due coefficienti di autoinduzione, è un numero compreso tra zero (circuiti non accoppiati) ed 1 (circuiti perfettamente accoppiati). Si può cioè scrivere:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

con  $0 \leq k \leq 1$  detto coefficiente di accoppiamento.

Due circuiti sono perfettamente accoppiati quando tutto il flusso magnetico prodotto da un circuito si concatena con l'altro circuito. La tensione indotta per mutua induzione può essere concorde o discorde con la tensione di autoinduzione, cioè con la tensione indotta dal flusso magnetico della corrente del circuito stesso. Il segno di  $M$  è allora positivo quando le tensioni di mutua induttanza sono concordi con le tensioni di autoinduttanza; negativo quando sono discordi. La tensione di autoinduttanza ha sempre lo stesso verso rispetto alla corrente del circuito che la produce e, per la legge di Lenz, si oppone alla variazione di tale corrente. Al coefficiente di autoinduzione, che rappresenta il flusso magnetico prodotto da un ampere, si attribuisce perciò un segno univoco, che è il positivo e, di conseguenza, la legge di Lenz impone il segno meno nella legge di Faraday che, come noto diventa:

$$e(t) = -L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

- $e(t)$ : tensione autoindotta
- $i(t)$ : corrente del circuito

- $\frac{di(t)}{dt}$ : variazione istantanea della corrente nell'unità di tempo (o derivata)

Osserviamo anche che la tensione autoindotta, nel caso in cui la corrente sia sinusoidale, è pure sinusoidale ed è in quadratura con la corrente che è in fase con il flusso. Si può intuire come una tensione di mutua induzione che si sommi a quella di autoinduzione dia luogo, in generale, ad una tensione che non è in quadratura perfetta con la corrente del circuito che, pertanto, non risulta in fase con il flusso.

La mutua induzione, (come ogni cosa se ci si pensa bene), può essere sfruttata in senso positivo oppure può costituire un inconveniente. Il primo caso corrisponde alla realizzazione delle macchine elettriche, a partire dal trasformatore. Il secondo è il caso, ad esempio, dei disturbi nei circuiti di trasmissione dei segnali, oppure della ripartizione non uniforme della corrente su cavi in parallelo, che è l'oggetto del presente articolo. Occorre allora saper riconoscere gli effetti per predisporre gli accorgimenti per renderli meno dannosi.

### Induttanza d'esercizio

Ogni conduttore di una linea elettrica è caratterizzato con la sua resistenza ohmica, **R**, e la reattanza che, come noto, è il prodotto della pulsazione elettrica per il coefficiente di autoinduzione **L**

$$X = \omega \cdot L = 2\pi f L$$

Se la resistenza dipende esclusivamente dalle caratteristiche del cavo e dalla temperatura di funzionamento, la reattanza dipende invece dal posizionamento dei cavi.

Più conduttori percorsi da correnti variabili sono soggetti sia a tensioni di autoinduttanza sia a tensioni di mutua induttanza. In un cavo dunque si manifesta una globale tensione indotta legata al flusso totale e non al semplice flusso prodotto dalla sola corrente. Di essa si tiene conto con un coefficiente di induzione globale che dipende dalla configurazione geometrica dei conduttori. Senza entrare nei dettagli matematici della dimostrazione vediamo le espressioni di tale coefficiente nei casi che si verificano nella pratica

### Linea monofase

I conduttori sono paralleli. L'induttanza globale ha questa espressione

$$L = \left( 0,05 + 0,46 \cdot \log_{10} \frac{2 \cdot D}{d} \right) \frac{\text{mH}}{\text{km}}$$

*D*: distanza tra gli assi dei conduttori *d*: diametro dei conduttori

## Linea trifase

Qui le cose sono più complesse e non si potrebbe, a rigore, parlare di una vera induttanza per tutti i conduttori. Infatti, ad esempio, per tre conduttori disposti su un piano, solo nel conduttore centrale corrente e flusso concatenato totale sono in fase. Nei conduttori laterali invece non lo sono e le tensioni indotte dai flussi sono sfasate, rispetto alla corrente, di un angolo diverso da 90 gradi. Ciò significa che è in gioco anche una potenza attiva, oltre a quella reattiva. Tale potenza attiva è generata da una fase ed assorbita dall'altra. Per poter parlare di induttanza globale identica per i tre conduttori, occorre dividere in tre tronconi la linea trifase e permutare i conduttori. Per tre conduttori comunque disposti vale allora

$$L = \left( 0,05 + 0,46 \cdot \log_{10} \frac{2 \cdot D_m}{d} \right) \frac{\text{mH}}{\text{km}}$$

$d$ : diametro dei conduttori

$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{32}}$ : distanza media tra gli assi dei conduttori

$D_{i,j}$ : distanza tra i conduttori  $i$  e  $j$

Se  $D_{12} = D_{13} = D_{23}$ , cioè i conduttori sono ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $D$ , si ha

$$D_m = D$$

e si può far vedere che in ogni conduttore la corrente è in fase con il flusso concatenato. Quindi si può parlare di un vero e proprio coefficiente di autoinduzione come nel caso monofase.

Se invece i conduttori sono su un piano, quindi

$$2 \cdot D_{12} = D_{13} = 2 \cdot D_{23} = 2 \cdot D$$

si ha  $D_m = D \cdot \sqrt[3]{2} = 1,26 \cdot D$  e per poter parlare di coefficiente di autoinduzione occorre permutare le fasi come detto in precedenza.

## Cavi in parallelo

Spesso l'uso di cavi in parallelo può essere comodo, ma tale comodità ha un prezzo.

### Vantaggi

Se i cavi da utilizzare sono di grossa sezione, possono essere, se non addirittura irreperibili, molto difficili da posare. E' quindi quasi inevitabile ricorrere a cavi in parallelo. Due cavi in parallelo hanno, inoltre, una portata maggiore di un cavo singolo di sezione pari alla somma. Non è neanche trascurabile la possibilità di funzionamento dell'impianto a potenza ridotta nel caso di guasto ad un cavo.

## Svantaggi

Il principale inconveniente è la ripartizione non uniforme delle correnti nei cavi che rende problematica la loro protezione da sovracorrenti e da cortocircuiti.

### Un caso concreto

Nel forum è arrivato questo quesito (non è la prima volta):

*“in una linea trifase composta da tre cavi per fase in parallelo tra loro, ho trovato dei valori di corrente che non sono stato in grado di giustificare. I tre cavi di ogni fase non avevano una intensità di corrente circa uguale, come mi aspettavo. Addirittura nel cavo di una fase ho misurato un'intensità che è il triplo di quella di del cavo ad esso in parallelo. Ho pensato di aver sbagliato la misura, di avere la pinza amperometrica guasta. Ma ho ripetuto più volte la misura, cambiando anche strumento. Niente sempre la stessa incredibile differenza. A cosa può essere dovuta? “*

La spiegazione sta in quanto detto nei precedenti paragrafi. Innanzitutto diciamo che il problema diventa importante per cavi di grossa sezione, superiore ai  $50 \text{ mm}^2$  (nel caso specifico erano 3 cavi FG7R da  $240 \text{ mm}^2$ ).

Cos' hanno in particolare i cavi di grande sezione?

Che la resistenza diventa trascurabile rispetto alla reattanza, e mentre la resistenza dipende essenzialmente dalla sezione, quindi rimane identica per i tre cavi, la reattanza è influenzata dalla posizione reciproca dei cavi. Maggiore è la sezione dei cavi, maggiore è la loro distanza reciproca e più determinante risulta l'effetto della mutua induzione che impedisce di considerare un coefficiente di autoinduzione, quindi una reattanza, uguale per tutti i cavi. Bisognerebbe fare in modo che il flusso concatenato fosse lo stesso per tutti i conduttori, ma si può intuire quanto la difficoltà di realizzare questa condizione aumenti all'aumentare del numero dei conduttori.

### Un po' di teoria

Vediamo il problema dal punto di vista teorico.

I tre cavi sono schematizzabili con tre impedenze costituite dalla serie della resistenza e della reattanza.

Indichiamole con  $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$ . Se  $I_L$  è la corrente che si deve suddividere sui tre cavi in parallelo la corrente, ad esempio sul cavo corrispondente alla  $Z_1$  sarà

$$I_1 = I_L \cdot \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3} = \frac{I_L}{1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_3}}$$

(formule analoghe, che è intuitivo scrivere modificando i pedici, si hanno per gli altri due cavi). Se le tre impedenze sono perfettamente uguali si ha

$$I_1 = \frac{I_L}{3}$$

quindi la corrente totale si ripartisce equamente sui tre cavi.

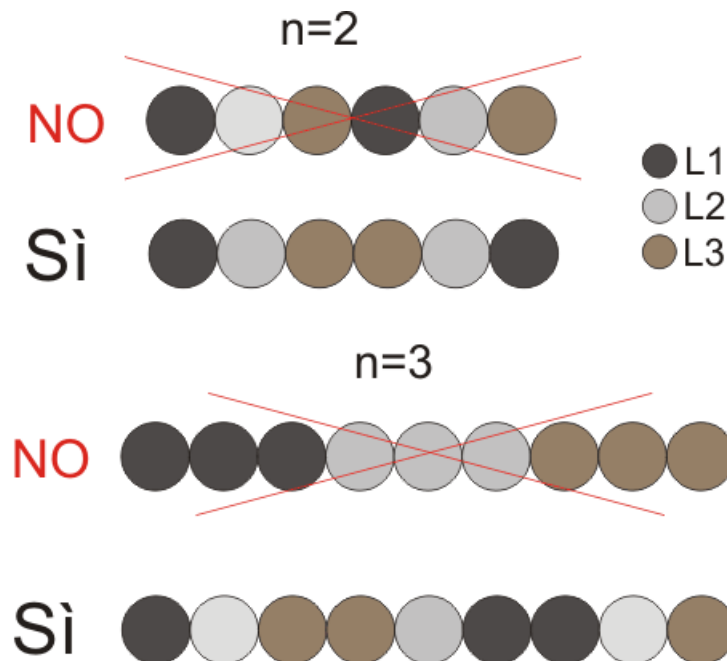
Non è così se le impedenze sono diverse. E ciò che le fa differire è proprio la reattanza che, come detto già più volte, dipende dalla posizione reciproca. Se  $Z_1$  è ad esempio maggiore, in modulo, delle altre del 50% si ha:

$$(Z_1 = 1,5 \cdot Z_2 = 1,5 \cdot Z_3) \Rightarrow I_1 = \frac{I_L}{4}$$

per cui la corrente sugli altri due cavi è cioè maggiore del 50 %.

Occorre allora posare i cavi in modo da rispettare una simmetria che renda almeno molto simili le 'induttanze' per ogni cavo, quindi le reattanze.

La figura seguente mostra disposizioni idonee e non idonee nel caso di due e tre cavi in parallelo.



*Posizionamento di 3 e 4 cavi in parallelo su un piano di una linea trifase*

Ecco i dati del caso concreto citato in apertura. I cavi, tutti FG7R da  $240 \text{ mm}^2$ , erano disposti in piano nella disposizione errata mostrata in figura. I valori di corrente misurata su ogni cavo erano

- Sui cavi di tre della L1: 392 A, 138 A e 182 A
- Sui cavi di tre della L2: 181 A, 334 A e 415 A
- Sui cavi di tre della L3: 115 A, 395 A e 162 A

Addirittura si arrivava ad una corrente in un cavo tripla del cavo in parallelo.

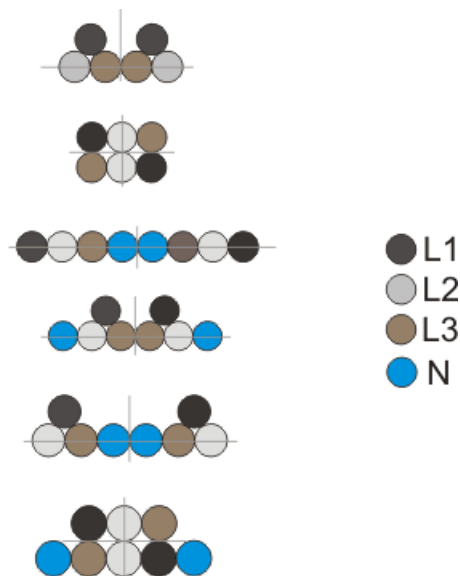
Dopo aver modificato la configurazione realizzando quella corretta riportata nella stessa figura, la differenza percentuale riscontrata era invece dell'ordine del 5%.

### Come posizionare i cavi

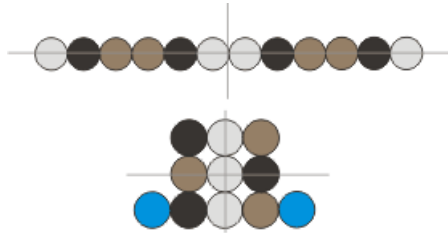
Quando si posano cavi in parallelo occorre dunque posizionarli con attenzione. E' poi praticamente indispensabile controllare con una pinza la corrente in ogni cavo a posa avvenuta. Un calcolo teorico accettabile è praticamente impossibile. In genere è ammessa una differenza del 10%. Se la differenza dovesse essere superiore sarà necessario proteggere ogni cavo con un proprio interruttore. La figura illustra posizionamenti corretti. I casi possibili sono ovviamente molto più numerosi: il criterio comunque è quello di realizzare una configurazione simmetrica rispetto ad un centro geometrico.

Ecco alcuni esempi

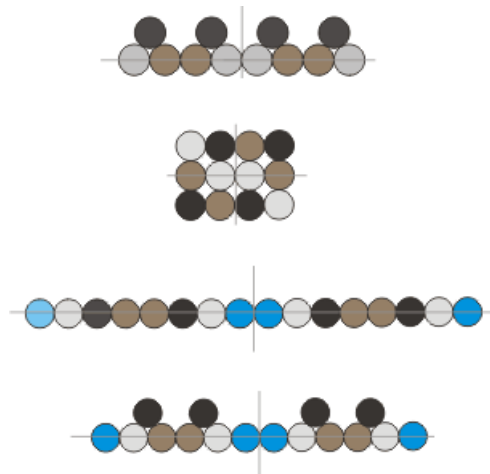
*Con due cavi, senza neutro e con neutro*



*Con tre cavi, senza neutro e con neutro*



*Con quattro cavi, senza neutro e con neutro*



Nel caso di due cavi (o anche quattro) in parallelo la simmetria che si può ottenere è perfetta, mentre non la si può ottenere perfetta con 3. La difficoltà di ottenere adeguate simmetrie nella disposizione sconsiglia vivamente la posa di più di quattro cavi in parallelo per ogni fase.

### **Protezione**

Per quanto riguarda la protezione da sovraccarico, se attuata con un unico interruttore si deve tenere conto di come la corrente si ripartisce tra i cavi. Quando l'interruttore è percorso dalla corrente nominale,  $I_N$ , nessuno dei cavi deve essere percorso da una corrente superiore alla portata.

Consideriamo il caso di due cavi in parallelo.

Se le impedenze dei cavi sono identiche  $I_1 = I_2 = 0,5 \cdot I_N$  e se  $I_z$  è la loro portata identica, basta che  $I_z \geq 0,5 \cdot I_N$  cioè  $I_N \leq 2 \cdot I_z$ .



Se le impedenze non sono uguali nel cavo con impedenza minore si ha la corrente maggiore. Supponiamo ad esempio che sia  $I_1 = 0,4 \cdot I_N$  ed  $I_2 = 0,6 \cdot I_N$ . Occorre che la maggiore sia inferiore alla portata quindi  $0,6 \cdot I_N \leq I_2$ , cioè  $I_N \leq 1,66 \cdot I_2$ . Questo, come si vede, limita la corrente di impiego possibile a parità di portata di ciascun cavo. Il calcolo preventivo non è comunque eseguibile con certezza ed il modo con cui si ripartiranno effettivamente le correnti dovrà essere misurato a posa avvenuta. E' bene allora scegliere la corrente nominale dell'interruttore unico non semplicemente inferiore alla somma delle portate effettive, ma ridurre prudenzialmente questa somma di un 20%. In caso contrario, in genere se la differenza percentuale tra le correnti nei cavi è superiore al 10% , occorre proteggere ogni cavo con un interruttore proprio.

Per il cortocircuito occorre distinguere se esso avviene a valle di tutti i cavi od in un tratto intermedio.

A valle è ad ogni modo il più probabile ed è sufficiente che l'interruttore che protegge dal sovraccarico, abbia potere di interruzione maggiore della corrente di cortocircuito presunta.

Molto più problematica è la protezione da un corto intermedio, in quanto esso risulta alimentato sia da monte che da valle, per cui occorre un interruttore che apra anche a valle. C'è però da osservare che un tale corto è molto poco probabile. Ad ogni modo sta al progettista di valutare caso per caso la situazione.

## Riferimenti bibliografici

	
<p><b>Lezioni di impianti elettrici, 1°</b> A. Paolucci ed Cleup</p>	<p><b>Cavi in parallelo</b> V. Carrescia TuttoNormel 2/2001</p>

Estratto da <http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:cadutemutua>

"<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:cadutemutua>"